



Universidad
Politécnica
de Cartagena



industriales
etsii UPCT

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Estudio numérico del campo de temperaturas y flujo en pozos en las cercanías de focos térmicos

Titulación: Máster en Energías Renovables

Alumno: Gennaro Sepede

Directores: Dr. Salvador A. Gómez Lopera

Dr. Manuel Cánovas Vidal

Cartagena, 27 de Julio de 2015

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer a todas las personas que han sido partícipes y de ayuda para la realización de este Trabajo, y que, en este nuevo viaje, cada día, con una buena palabra, una sonrisa, una explicación, me han hecho sentir como en mi casa.

A Salva, Científico, Investigador, y Amigo, capaz siempre de transmitirme los estímulos justos. Tus consejos, pasión para la Ciencia, así como para la Vida, serán útiles para resolver cualquier problema en la vida y en el trabajo. Director de este trabajo, ha sido un Maestro capaz de trasmitirme los valores y la pasión para la Investigación Científica.

A Juan Manuel, para su amistad. Sin duda siguiendo con esta pasión, y escuchando los consejos del Maestro conseguirás todos tus objetivos.

A Paco para su conocimiento y estímulo positivo en la escritura de este trabajo

A Ginés para su apoyo diario, su simpatía, y su explicaciones sobre la vida

*Molte volte solo la distanza ti fa capire il valore di quel che lasci
e la fortuna in quel che trovi.
Alla mia Famiglia e agli Amici,
sapendo che, anche se un giorno mi troverò in un posto nuovo,
che sia un “un lugar de la Mancha” o sotto un cielo differente,
in questo nuovo viaggio sarete sempre al mio fianco*

I. ÍNDICE

I. ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1	<i>Introducción al trabajo</i>	1
1.2	<i>Objetivos</i>	2
1.3	<i>Planificación del proyecto. Diagrama “Gantt”</i>	2
1.4	<i>Estructura de la memoria</i>	3

CAPÍTULO 2. ENERGÍA GEOTÉRMICA

2.1	<i>Introducción</i>	5
2.2	<i>Potencial geotérmico</i>	5
2.3	<i>Principales factores a considerar para el diseño de una planta geotérmica</i>	8
2.4	<i>Principales factores a considerar en el problema del cálculo numérico en geotermia</i> ...	10
2.5	<i>Estado del arte del cálculo numérico en geotermia</i>	12
2.5.1	<i>Método de los elementos finitos</i>	12
2.5.2	<i>Método de los volúmenes finitos</i>	14
2.5.3	<i>Método de simulación por redes eléctricas (MESIR)</i>	14

CAPÍTULO 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS QUE RIGEN LOS PROCESOS DE FLUJO DE FLUIDOS EN EL TRANSPORTE DE CALOR

3.1	<i>Introducción del problema</i>	15
3.2	<i>Propiedades, procesos físicos y ecuaciones que gobiernan el proceso</i>	15

CAPÍTULO 4. MÉTODOS DE SIMULACIÓN DE PROBLEMAS EN GEOTERMIA

4.1	<i>Introducción</i>	21
4.2	<i>Método “MESIR”</i>	21
4.3	<i>Método de las diferencias finitas</i>	26

CAPÍTULO 5. EL PROGRAMA FAHET

5.1	<i>Funcionamiento y técnicas de implementación de dominios geotérmicos</i>	29
5.2	<i>Creación de archivos de modelos</i>	31
5.3	<i>Criterios para la numeración de celdas , nodos y elementos del modelo</i>	38
5.4	<i>Estructuras de el archivos de texto de modelos</i>	44
5.5	<i>Pantalla de presentación de resultados</i>	45

CAPÍTULO 6. CAMPO DE TEMPERATURAS Y FLUJOS EN POZOS EN LAS CERCANÍAS DE FOCOS TÉRMICOS. IMPLEMENTACIÓN EN FAHET

6.1	<i>Desarrollo del trabajo</i>	57
6.2	<i>Características de los dominios de simulación, condiciones de frontera y datos de entrada</i>	58
6.3	<i>Resultados</i>	65
6.3.1	<i>Configuración de análisis I: pozo en distintas posiciones</i>	65
6.3.2	<i>Configuración de análisis II: pozo con distintas profundidades</i>	85
6.3.3	<i>Configuración de análisis III: Cálculo del vector velocidad y sus componentes en un caso particular</i>	92

CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES.....97

CAPÍTULO 8.BIBLIOGRAFÍA.....98

CAPÍTULO 1.
INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción al trabajo

En este Trabajo se abordará el estudio numérico del campo de temperaturas y flujo en pozos en las cercanías de focos geotérmicos. Estudiamos los principales procesos convectivos que se producen en el seno de un medio poroso y permeable cuando el fluido que se encuentra en el mismo es sometido a un gradiente de temperaturas entre la parte superior e inferior del medio. Sin duda, la presencia del recurso geotérmico y la magnitud del depósito es la primera motivación de desarrollo de las tecnologías y de los métodos de aprovechamiento de energía geotérmica. En este caso, el estado del arte resulta diferentemente caracterizado. A escala mundial, si hablamos de geotermia de alta entalpía, los principales países de referencia en el sector geotérmico son USA (por una capacidad eléctrica producida de 3300 MW sobre 12000 MW), países Europeos como Islandia, Italia, y como Turquía y Filipinas, Alemania y Francia para sistemas de medio alta entalpía, y países anglosajones como Noruega y Suecia para sistemas de baja entalpía [11] y [12].

Si hablamos de Geotermia entendida como energía de la Tierra, sin entrar en consideraciones sobre las varias tipologías de instalaciones para aprovechar y disfrutar el recurso, los procesos físicos y las ecuaciones que gobiernan el problema de la transmisión y transporte de calor en el medio poroso, se caracterizan con varios modelos matemáticos que consideran principalmente la variación de densidad inducida por cambio de densidades en el agua, la difusión del calor en un medio de características físico químicas variables con la profundidad, el teorema de transporte de Rayleigh, etc. El modelo matemático está constituido por ecuaciones diferenciales acopladas referidas a las variables flujo de fluido y flujo de calor en condiciones no estacionarias, y se enuncian generalmente en función de los potenciales de estas variables. Las ecuaciones diferenciales resultantes, acopladas y en general, no lineales, (por lo que es preciso recurrir a métodos numéricos para su resolución) se reducen, cuando es posible, para llegar a sus formas adimensionales simplificadas, y así abordar las soluciones más universales [13].

En el estudio de problemas de cálculo numérico es necesario, por lo general, desarrollar programas específicos que permitan su resolución. Por ejemplo, programas como “NANOTIO2” [4], “DOPCALC” [5] y “PRODASIM” [6], son ejemplos de esta necesidad. Una vez descritos los procesos físicos que gobiernan el problema, se utilizará, un software de cálculo (comercial y de investigación), llamado FAHET [3] y Pspice (1994) que utiliza el método de simulación por redes MESIR [7]. Estos programas serán útiles para resolver numéricamente los modelos de estudio y, por otro lado, son herramientas útiles para contrastar los resultados de cálculo obtenidos con otros códigos como FLUENT (ANSYS) – SHEMAT (Simulator for Heat and Mass Transfer, Clauser 2003) y que se pueden encontrar en publicaciones científicas, generalmente estudiando problemas patrón. En este caso, fijado un foco térmico, las características físico-químicas y térmicas del dominio así como las características geométricas del pozo (profundidad, posición y anchura), se analizará la respuesta global del sistema y los parámetros que lo caracterizan. En concreto, se estudiarán en profundidad los fundamentos de la teoría física de flujo de agua con transporte de calor en medios porosos -teoría en la que se basa el programa FAHET-, y por otro, los fundamentos del Método de Simulación por Redes y los modelos en red asociados a las ecuaciones de gobierno que rigen estos procesos, ecuaciones en diferencias finitas más condiciones iniciales y de contorno

1.2 Objetivos

Los objetivos específicos del presente Trabajo de Fin de Máster son estudiar numéricamente, con ayuda de un software específicamente desarrollado para el estudio de problemas relacionados con los procesos de transmisión de calor y masa en medios porosos, el tema de energía geotérmica propuesto. En particular, se abordarán las siguientes cuestiones, que se han relacionado con las distintas actividades reflejadas más adelante en la planificación y el diagrama Gantt:

1. Revisión bibliográfica en bases de datos especializadas y estado del arte en el campo del cálculo numérico en Geotermia. (Actividades 1 y 2)
2. Descripción de los fundamentos teóricos que rigen los procesos de flujo de fluidos con transporte de calor asociado. (Actividad 3)
3. Estudio y diseño mediante FAHET de los modelos en red correspondientes al problema que se va a abordar. (Actividades 4)
4. Realización de experimentos con el programa FAHET, así como con el resto de programas en los que se apoya, para hallar la solución numérica del modelo en red empleado para el cálculo y presentación de los resultados obtenidos. Con las simulaciones se encontrarán las respuestas del pozo y del dominio al variar de las características geométricas y físico-químicas del depósito geotérmico. (Actividades 5 y 6)
5. Discusión de los resultados obtenidos y presentación de conclusiones. (Actividad 7)

1.3 Planificación del proyecto. Diagrama “Gantt”

En la tabla siguiente se presenta la planificación seguida para la realización del Trabajo de Fin de Máster, y en la Figura 1.1 se incluye la planificación en de diagrama “Gantt”.

Nº	ACTIVIDAD	Horas	Fecha inicio	Fecha fin
	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y ESTADO ACTUAL DEL ARTE	65	23-02-15	05-03-15
1	<i>Revisión bibliográfica</i>	38	23-02-15	27-02-15
2	<i>Estado del arte</i>	27	27-02-15	05-03-15
3	ESTUDIO DEL PROBLEMA DE FLUJO DE AGUA EN UN MEDIO POROSO	80	05-03-15	19-03-15
4	ESTUDIO Y MANEJO DEL PROGRAMA FAHET	35	19-03-15	25-03-15
	IMPLEMENTACIÓN Y SIMULACIÓN EN FAHET	150	25-03-15	21-04-15
5	<i>Simulación con varias configuraciones de posición del pozo</i>	100	25-03-15	10-04-15
6	<i>Simulación con varias profundidad del pozo</i>	50	13-04-15	21-04-15
7	DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS Y PRESENTACIÓN DE LAS CONCLUSIONES	60	21-04-15	30-04-15
	REDACCIÓN DEL TFM	130	30-04-15	22-05-15
8	<i>Escritura TFM</i>	100	30-04-15	19-05-15
9	<i>Revisión</i>	30	19-05-15	22-05-15
10	PREPARACIÓN PRESENTACIÓN DEL TFM	20	22-05-15	27-05-15
TIEMPO TOTAL EMPLEADO EN LA REALIZACIÓN DEL TFM: 540 h				

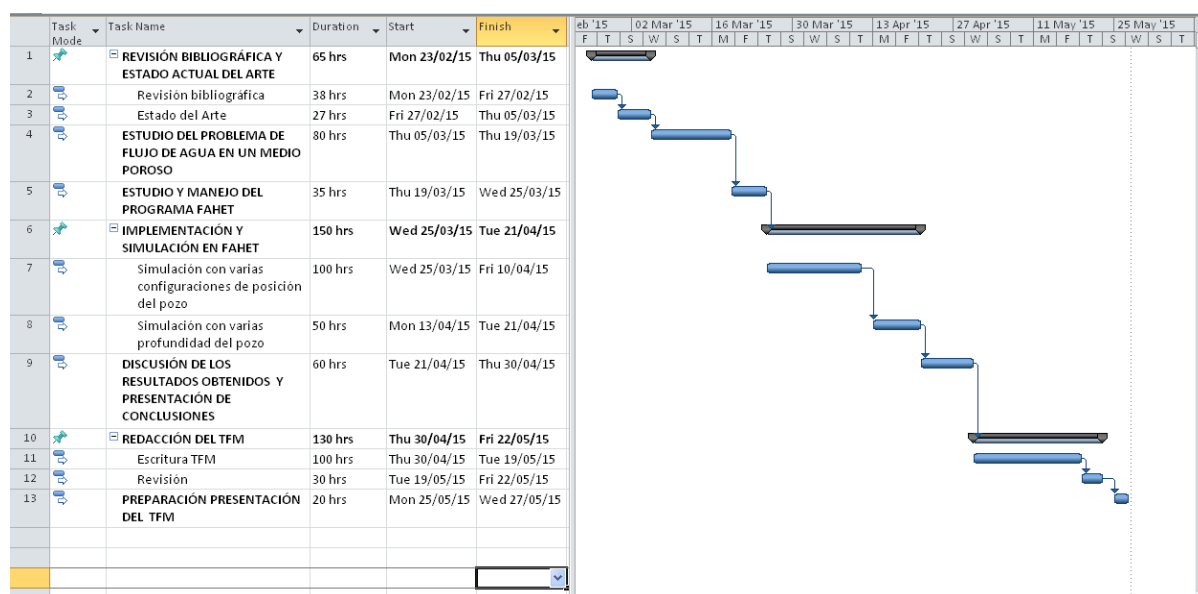


Fig.1.1. Diagrama Gantt con planificación del trabajo.

1.4 Estructura de la memoria

La memoria está dividida en 8 capítulos:

1. **Introducción:** en esta parte se introducen los objetivos principales del trabajo, la planificación de proyecto, con esquema en tablas y en forma de diagrama “Gantt”, donde se resumen todas las actividades, las fechas de inicio y finalización de cada una de ellas, y del trabajo en su totalidad.
2. **Energía geotérmica:** se estudia y explica las principales características de los recursos geotérmicos, el potencial geotérmico y se hace una caracterización y definición de los principales factores que intervienen en el problema de cálculo numérico que se aborda y que son necesarios para definir las principales variables empleadas en la implementación de modelos en FAHET.
3. **Fundamentos teóricos que rigen los procesos de flujo de fluidos en el transporte de calor:** se estudian y abordan los principales procesos físicos sobre la transmisión de calor introduciendo las principales propiedades y ecuaciones que gobiernan el problema.
4. **Métodos de simulación de problemas en Geotermia:** en este capítulo se explican los métodos de simulación numérica más empleados y se presenta un resumen del estado del arte, definiendo y abordando en particular el método de simulación por redes eléctricas, que es la base de desarrollo del programa FAHET, y el método a las diferencias finitas.
5. **El programa FAHET:** se explica el funcionamiento del programa y las técnicas de implementación de dominios geotérmicos y los modos para determinar las variables.
6. **Campo de temperaturas y flujo en pozos en las cercanías de focos térmicos. Implementación en FAHET:** se solucionan y explican los casos que forman objeto de estudio de este trabajo y se presentan y discuten los resultados obtenidos. Se abordan distintos casos de configuración del sistema.
7. **Conclusiones:** se presenta un resumen con los resultados más destacables obtenidos tras la realización de los experimentos.
8. **Bibliografía:** se incluye toda la bibliografía usadas para la realización de este trabajo.

CAPÍTULO 2.
ENERGÍA GEOTÉRMICA

CAPÍTULO 2. ENERGÍA GEOTÉRMICA

2.1 Introducción

En este capítulo del TFM se aborda el estado del arte en el campo de la energía geotérmica enumerando sus principales características y utilización. Se describe el potencial geotérmico distribuido en el mundo, las variables que influyen sobre la respuesta térmica de cada sitio, y el estado del arte en el campo de la resolución de problemas numéricos, distinguiendo y explicando algunos de los diversos programas de cálculo numérico comerciales y de investigación existentes.

2.2 Potencial geotérmico

La producción de energía limpia usando el recurso geotérmico es, sin duda, uno de los sistemas más antiguos para producir calor y electricidad aprovechando el potencial térmico del subsuelo. La Geotermia es la ciencia que estudia las características térmicas de la Tierra con el fin de extraer energía en forma de calor. El estudio de las mismas permite una correcta elección de los elementos necesarios a incluir en el sistema de aprovechamiento geotérmico en función de la entalpía del lugar donde se pretende instalarlo y que debe ser combinado complementado con un estudio de las características y composición del suelo y del acuífero.

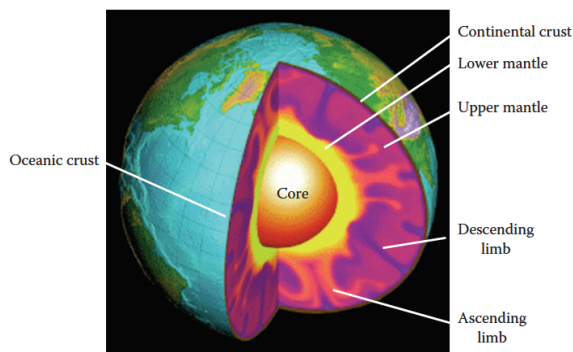


Fig.2.1. El interior de la tierra a nivel global.
(de Servicio Geológico de los Estados Unidos).

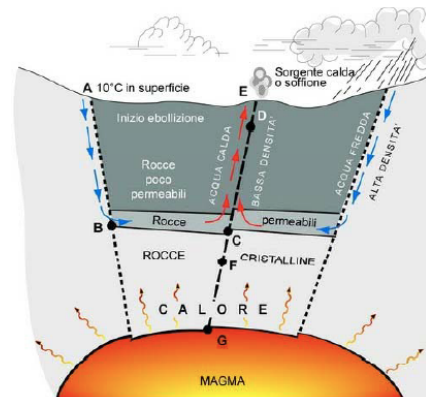


Fig.2.2. El interior de la tierra a nivel local. El fenómeno de movimiento de agua
(de Servicio Geológico de los Estados Unidos).

Si la producción de calor y energía es obtenida a partir del potencial térmico acumulado en la Tierra, y de fenómenos de movimiento de agua con elevada presión y temperatura, calentada por la presencia de magma o rocas calientes, se suele hablar de geotermia de alta o media entalpía. En estos casos el recurso geotérmico se usa para la generación de electricidad o para el calentamiento de agua.

Hay otros sistemas y aplicaciones que provechan potenciales geotérmicos de baja entalpía o pequeño gradiente térmico, que suelen ser para profundidades del orden de 5-20 m, y en los que el suelo se emplea como medio de aislamiento, con la intención de mantener una temperatura constante durante todo el año. Sin entrar en argumentaciones que no son objeto de este trabajo, podemos describir la variación de la temperatura con la profundidad x (m), y el tiempo t (días), representada en la figura 2.3.1, a través de la formulación descrita por Van Wijk y de Vries [51] y [53]:

$$T(x, t) = T_a + A \exp\left(-\frac{x}{D}\right) \sin\left(\omega t - \frac{z}{D} + \phi\right) + A_d \exp\left(-\frac{x}{D_d}\right) \sin\left(\omega t - \frac{x}{D_d} + \phi_d\right)$$

Como puede apreciarse, la respuesta del suelo depende de la temperatura media ambiental durante un año (T_a) en °C, su variación a lo largo del año ($A=T_{max}-T_a$), de características térmicas del suelo como “Damping” (D) calculada como $D=(2k/w)^{1/2}$, la difusividad térmica (D_d), y de la frecuencia radial ω [rad/s] ($2\pi/365_{días}$), y ϕ que es la fase ($k \times \omega \times t$) y ϕ_d es la fase calculada en función de la profundidad.

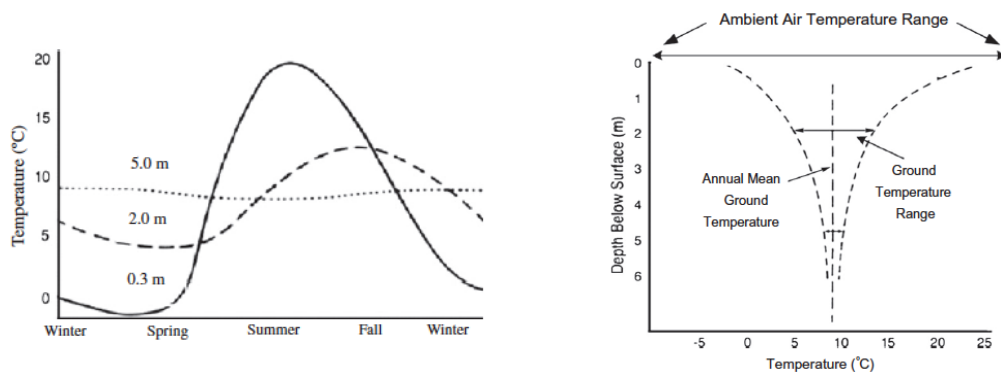
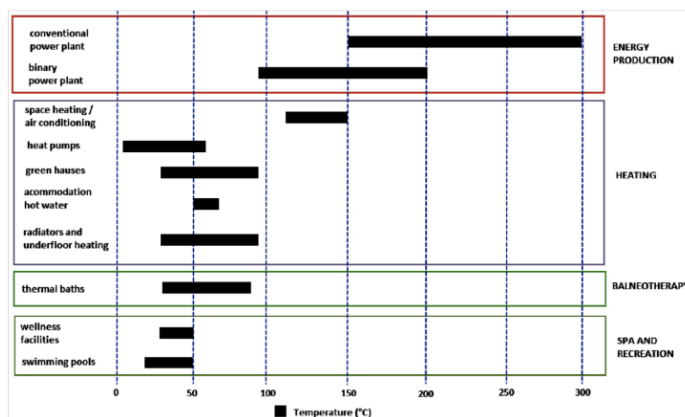


Fig.2.3. Variación de la temperatura en función del tiempo a lo largo de un año para diferentes profundidades en la ciudad de Ottawa, Canadá. (de *Geothermal heat pump systems: Status review and comparison with other heating options*, Stuart J. Self, Bale V. Reddy, Marc A. Rosen).

Para cada potencial geotérmico o entalpía (alta-media o baja) hay asociada una tipología de sistema de producción/generación de energía eléctrica o térmica (así como presentado en la *tabla 2.4.*). La elección de un sistema u otro depende de la temperatura y el gradiente geotérmico.



Tab 2.4. Recursos y tecnologías geotérmicas en función de la temperatura, (Utilization and tourism valorisation of geothermal waters in Croatia Staša Borović, Izidora Marković).

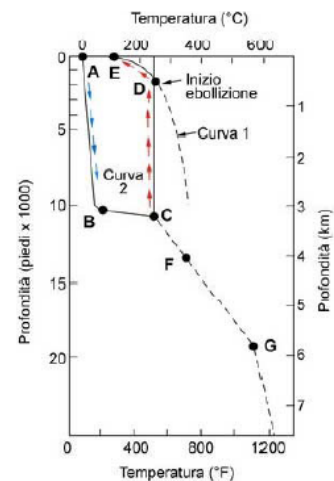


Fig.2.4.a. Variación de la temperatura en función de la profundidad. (Unión geotérmica Italia).

Los principales sistemas de aprovechamiento de la energía geotérmica se dividen en sistemas con disposición vertical y horizontal, que pueden ser de circuito cerrado o de circuito abierto, y con pozos de extracción de fluido y/o pozos de aporte.

Los sistemas con disposición vertical son los más usados, porque se adaptan a todos los tipos de instalaciones (alta, media y baja entalpía). Esta tipología puede llegar a profundidades del orden de

kilómetros (geotermia de alta profundidad) y ser de tipo cerrado y abierto. Si hablamos de alta y media entalpía para la producción de electricidad, los sistemas vienen asociados a una planta de generación de energía con ciclo Rankine, compuestos por uno o más intercambiadores de calor, turbinas y generadores de electricidad. En algunas aplicaciones, se aprovecha la temperatura del fluido para alimentar sistemas mixtos de generación de electricidad y calor “district heating”.

Los sistemas con disposición horizontal trabajan, en la mayoría de los casos, con circuitos cerrados, intercambiadores y bombas de calor, y se usan en geotermia de baja entalpía.

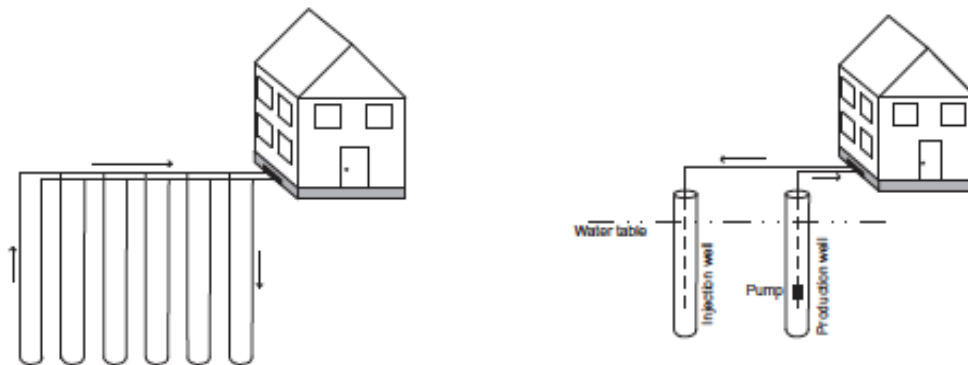


Fig.2.4.1-2 Sistemas con disposición vertical cerrada y abierta (Geothermal heat pump systems: Status review and comparison with other heating options Stuart J. Self, Bale V. Reddy, Marc A. Rosen).

Como se ha introducido en los párrafos anteriores, encontramos sitios con diferentes potenciales geotérmicos. El calor de la Tierra puede ser cuantificado en función de flujo de calor Q y temperatura T . En las regiones del noreste de Estados Unidos, se midió el flujo de calor Q en perforaciones realizadas sobre rocas que contenían plutonio [54]. Según estos autores, el flujo de calor está compuesto por dos componentes, la componente de flujo térmico, generada en la parte superior de la corteza terrestre, Q^* , y la correspondiente al calor derivado de los fenómenos de decaimiento radioactivo en la parte profunda de la corteza y la parte superior del manto terrestre, DA , según la siguiente relación lineal:

$$Q = Q^* + DA$$

La temperatura a una profundidad dada D , depende de la temperatura superficial $T_{surface}$ y del gradiente de temperatura Γ (ver ref. [30]):

$$T = T_{surface} + D\Gamma$$

donde el flujo de calor Q y la conductividad térmica de las rocas K están relacionadas por la expresión $Q=K\Gamma$.

Los principales lugares en el mundo con gradiente geotérmico más elevados son los lugares con espesores pequeños del manto y/o donde existen discontinuidades en el mismo, como sitios con presencia de fenómenos tectónicos (movimientos de fallas) y de discontinuidades. Así, conociendo la temperatura necesaria para producir electricidad a partir del recurso geotérmico (aproximativamente 150°C), podemos localizar áreas del mundo donde será más fácil y rentable aprovechar este recurso. Por tanto, es de esperar que se pueda obtener una mayor producción de electricidad o de calor en aquellos lugares donde el potencial sea más elevado.

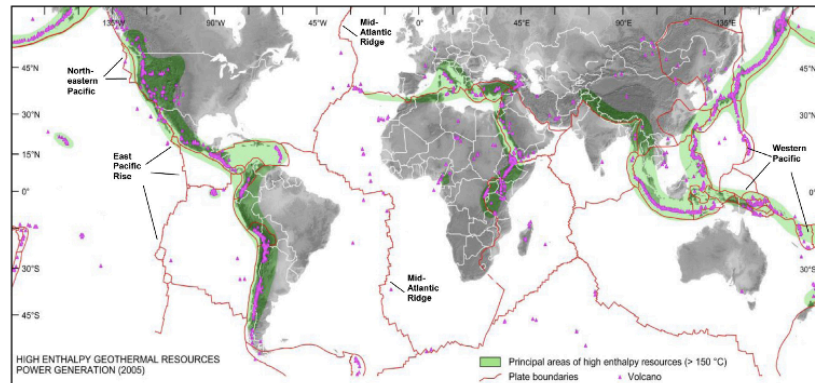


Fig. 2.5. Localización de placas oceánicas y sitios de fácil aprovechamiento de energía geotérmica para la producción de electricidad (Chandrasekharam, D., Bundschuh, J., 2008. *Low-enthalpy Geothermal Resources for Power Generation*. Balkema/CRC Press/Francis & Taylor, Boca Raton and London).

El país con mayor potencial instalado del mundo es los Estados Unidos, con una capacidad de 3187 MW sobre unos 12000 MW de producción mundial. Los principales países donde encontramos capacidades de generación de energía a partir de recursos geotérmicos son Indonesia, Italia (conocida por disponer de la primera instalación del mundo para generación eléctrica, Larderello, 1901, Florencia), Nueva Zelanda e Islandia, este último es el país donde se encuentra la instalación más grande de Europa (Hellisheiðarvirkjun power station, con capacidad para producir electricidad con una potencia de unos 330 MW y, al mismo tiempo, agua caliente sanitaria con una capacidad térmica de unos 404 MW_{th}, con 50 pozos de 2200 metros de profundidad).

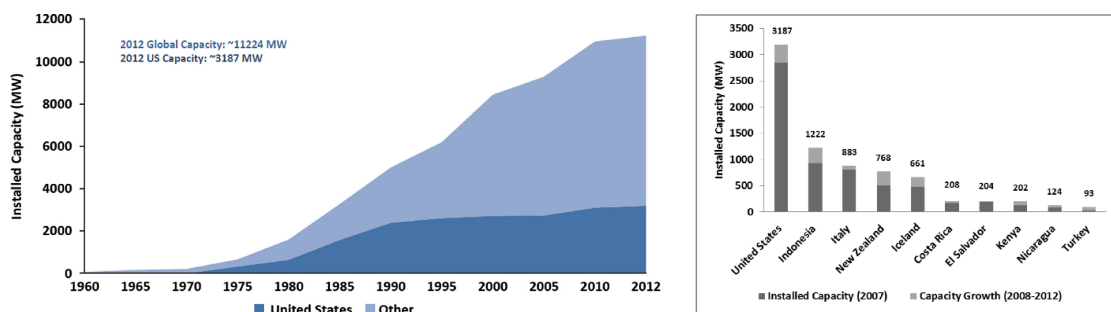


Fig.2.6-7 Distribución mundial de recurso geotérmico. Capacidad instalada en el mundo entre 2007 y 2012 (Jennejohn D, Hines B, Gawell K, Blodgett L. *Geothermal: 2012 international market overview report*. Washington, D.C, USA: Geothermal Energy Association; 2012).

2.3 Principales factores a considerar para el diseño de una planta geotérmica

Cuando se aborda cualquier problema científico y de diseño de obras, después haber definido el problema y las principales variables en juego, se intenta predecir y predeterminar la respuesta del sistema, usando herramientas de cálculo que facilitan y permitan determinar la solución más precisa posible y de fácil interpretación. En el campo del cálculo numérico geotérmico, hay muchos programas de cálculo convencionales y de investigación. En este apartado se explicará el problema del cálculo, no solo desde un

punto de vista de la respuesta térmica del suelo, sino también desde el punto de vista de la definición de variables para el diseño final de la instalación.

Para el diseño de la planta geotérmica puede ser útil dividir el problema en cinco partes:

- La primera relativa a la definición de las características del lugar de interés.
- La segunda está en la definición de la respuesta del lugar. Esta se lleva a cabo una vez se conocen las características del sitio de interés para la instalación en términos de T y q , esto es, las propiedades del medio material y del depósito (porosidad y presencia de agua en el medio).
- La tercera fase se refiere a la respuesta del depósito una vez alterado, teniendo en cuenta los efectos de perturbación que los pozos introducen en el suelo.
- La cuarta en el dimensionamiento del sistema geotérmico como es el número y profundidad de los pozos, que puede dividirse en función de la tipología del sistema, en abierto o cerrado, temperatura del fluido de los pozos y carga extraíbles.
- La quinta en las condiciones para construir los pozos, los materiales necesarios y la transmisión de calor desde el medio poroso hacia el interior de los pozos.
- Se podría considerar una sexta fase que consiste en la realización de un sistema geotérmico abierto, que no será estudiada en este trabajo, pero que consideramos útil mencionar, es decir, la relativa a la reintroducción o inyección de fluido en el depósito, después su utilización, a temperatura menor que la que tenía cuando fue extraído.

Ya se ha comentado que el potencial geotérmico de un determinado lugar depende de la presencia de fallas, zonas de subducción, volcanes, la geomorfología del lugar en examen, la composición y estratigrafía del suelo, la presencia de agua. Sin duda, las técnicas computacionales para la determinación del potencial y la búsqueda del mejor lugar para la instalación de una central geotérmica, implican la utilización de herramientas de cálculo de sistemas geográficos de información (G.I.S.) que puedan manipular datos geográficos junto con bases de datos de las características de la zona en estudio. Estos tipos de sistemas, muy desarrollados en U.S.A. y Japón en estudios como “Integration of Geothermal Exploration Data and Numerical Simulation data Using GIS in a Hot Spring Area”, emplean programas como HYDROTHERM (Versión 2.2. [Hayba and Ingebritsen, 1994]) para calcular el flujo de calor y de agua en el medio poroso usando la ley de la altura piezométrica, que será introducida en los próximos capítulos de este trabajo.

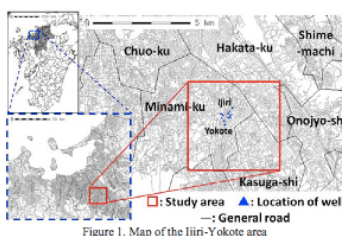


Figure 1. Map of the Jigiri-Yokote area

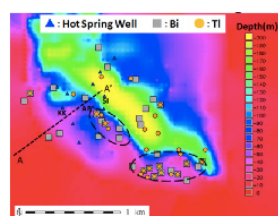


Figure 2. Superimposing surveys data by GRASS GIS

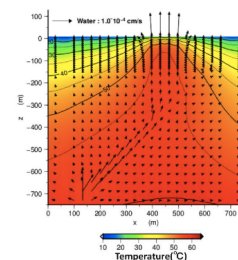


Fig.2.7-8-9 Estudio y evaluación del potencial geotérmico en Jigiri y Yokote. (Integration on of Geothermal Exploration Data and Numerical Simulation Data Using GIS in a Hot Spring Area, Satoru Higuchi, Jun Nishijima and Yasuhiro Fujimitsu).

2.4 Principales factores a considerar en el problema del cálculo numérico en geotermia

No vamos a entrar en detalles en este trabajo acerca de la implementación de programas GIS, que son el primer paso a realizar para elegir el tipo de instalación. En segundo lugar, la caracterización del terreno se hace mediante la implementación de ecuaciones de conservación de la masa y momento, y de flujo de fluido y energía dependiendo de la tipología de los depósitos. Uno de los factores más relevantes en la definición del problema es la composición químico-física del subsuelo de análisis. En este sentido, podemos dividir el problema en dos tipos. El primero es el aprovechamiento de energía geotérmica de rocas calientes, que se ajusta en las ecuaciones de conservación de la masa, de conservación del momento o Navier-Stokes, transmisión de fluido caliente y de calor en rocas fracturadas [30],

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\varepsilon\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) &= 0 \\ \frac{\partial(\rho \frac{u}{\varepsilon})}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \frac{u}{\varepsilon} \cdot \frac{u}{\varepsilon} \right) &= -\nabla P \cdot \nabla \cdot \mu^{eqv} \nabla \frac{u}{\varepsilon} - \mu \frac{\mu}{K} u + \rho g = 0 \\ \frac{\partial(\varepsilon((\rho C_p)_f) T_f)}{\partial t} + u \cdot \nabla \cdot (\rho C_p)_f &= \nabla \cdot (T_f + k_f^{eff}) + ha(T_f + T_s) \\ \frac{\partial(\varepsilon(((1-\varepsilon)\rho C_p)_s) T_s)}{\partial t} &= \nabla \cdot (k_s^{eff} \cdot \nabla T_s) + ha(T_f + T_s)\end{aligned}$$

Donde ε es la porosidad del medio, ρ la densidad, u el vector velocidad, μ la viscosidad dinámica, K la permeabilidad del reservorio, h el coeficiente de transferencia de calor por convección, a el área específica de la red de apertura a través de la cual hay transferencia de calor (*specific surface area of apertura network*, m^2/m^3), T_f y T_s son, respectivamente, la temperatura del fluido y la de las rocas, C_p es el calor específico, k_s es la conductividad térmica de las rocas, k_f^{eff} la conductividad térmica efectiva del fluido y k_s^{eff} la conductividad térmica efectiva de las rocas.

El segundo tipo es aquel en el que el aprovechamiento de energía térmica y calor se produce en medios porosos. En este caso, las leyes que gobiernan el fenómeno físico, siguen un diferente tratamiento. Si en el caso anterior se hablaba de transmisión de calor en un medio impermeable en contacto con una fuente de calor, en este caso vamos a tratar y a esquematizar un medio, en el cual la transmisión de calor se produce por movimiento y cambio de características de densidad del agua debido al flujo térmico transmitido desde una fuente de calor o foco caliente hacia un foco frío. La discusión del fenómeno del movimiento de fluido en medios porosos se realiza bajo la suposición de que el fluido (agua) se mueve en el medio por variación de densidad siguiendo la formulación de Holzbecher como [35]:

$$\rho = \rho_0 - \Delta\rho\Theta$$

con densidad lineal en un intervalo de temperatura dado por $T_0=20^\circ\text{C}$ y $T_I=250^\circ\text{C}$, y con temperatura normalizada,

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}$$

La variación de densidad puede depender de factores como la presión y la viscosidad dinámica. Por ejemplo, Knabner P y Frolkovic P [32], o Intraval y Graf [37], proporcionan las siguientes expresiones en las que la presión influye en la densidad por debajo del 3% hasta una profundidad de 600 m,

$$P = P_0 - g(\rho_0 z + \frac{\rho_1 + \rho_0}{2} z^2)$$

$$\rho = \rho_0 e^{(4.5 \cdot 10^{-10}(p-p_0))}$$

Otra característica que puede influir sobre la respuesta del dominio en términos de variación de densidad son la viscosidad y la conductividad hidráulica (figuras 2.10-11). La variación de la viscosidad dinámica con la temperatura, de acuerdo con Holzbecher y Molson [36], viene dada por

$$\mu(0^\circ\text{C} < T < 40^\circ\text{C}) = 1,787 \cdot 10^{-3} e \cdot ((-0.03288 + 1.962 \cdot 10^{-4} \cdot T) \cdot T)$$

$$\mu(40^\circ\text{C} < T < 100^\circ\text{C}) = 10^{-3} \{ 1 + 0,015512(T - 293,15) \}^{-1.572}$$

$$\mu(100^\circ\text{C} < T < 300^\circ\text{C}) = 0.2414 \cdot 10^4 \cdot \{ 247.8 / (T + 133.1) \} \cdot 10^4$$

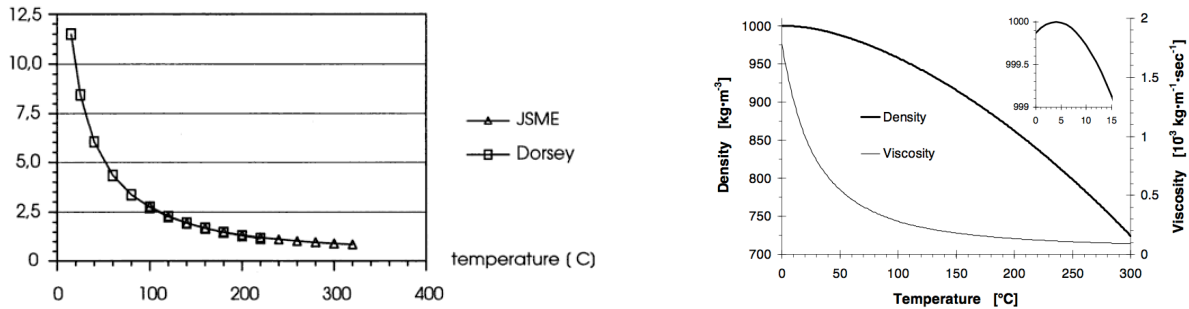


Fig.2.10-11, fig. 10, Variación de la viscosidad dinámica [mPa] en función de la temperatura (de Formulas Modeling Density-driven Flow in Porous Media, Ekkehard O. Holzbecher), fig. 11, variación de la viscosidad dinámica con la densidad (de Simulation of Geothermal Flow in Deep sedimentary basins in Alberta).

La conductividad hidráulica, es una característica del medio que, como se ve en la formulación de abajo, agrupa densidad ρ_0 y viscosidad dinámica μ ,

$$K = \frac{k \cdot \rho_0 \cdot g}{\mu}$$

En los próximos capítulos se definirán los procesos básicos y las formulaciones numéricas para resolver el problema de cálculo.

2.5 Estado del arte del cálculo numérico en geotermia

El cálculo numérico para la predicción de la respuesta de un depósito geotérmico es una de las principales operaciones para determinar las variables útiles para el dimensionamiento de instalaciones geotérmicas. Existen muchos programas de cálculo numérico, comerciales y de investigación útiles para determinar la respuesta del dominio geotérmico, que se diferencian por las propiedades de cada sistema y de las variables a determinar. Sin embargo, podemos definir dos problemas básicos, ya descritos previamente: el primero corresponde a la transmisión de calor en un sistema impermeable o con baja permeabilidad, en el cual el fenómeno dominante es la conducción, y el segundo a la transmisión de calor en un medio poroso, que viene regulado por el principio de la diferencia de densidad (*Darcy*) y variación de presión con transporte de fluido [38].

Las principales diferencias entre los distintos programas, residen en el modo de implementación. Entre ellas vamos a comentar las siguientes: una primera implementación, que es la más desarrollada, es la que usa el método de los elementos finitos o de las diferencias finitas (FEM), otra el método de los volúmenes finitos (FEV), y por último, el método de solución por redes eléctricas (MESIR). El primer método es de gran aplicación para resolver modelos matemáticos en hidrogeología y que consiste en la determinación de valores finales aproximados a partir de valores iniciales ciertos, aplicados a una función no diferenciable, mediante el cálculo en etapas finitas. A continuación comentamos más en detalles las principales características de estas formulaciones.

2.5.1 Método de los elementos finitos (o diferencias finitas)

El método de los elementos finitos puede resumirse en cinco pasos básicos [38]:

- Discretizar la región y especificar la aproximación de la ecuación;
- Desarrollar el sistema de ecuaciones;
- Resolver el sistema de ecuaciones;
- Calcular cantidades de interés.

En presencia de agua subterránea, la ecuación de balance de flujo de calor de una masa sólida puede ser escrita en la forma [39],

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda \nabla T) - \nabla(\rho_w c_w \mathbf{v} T) + H(x, y, z)$$

donde el subíndice w está referido al agua, ρ es la densidad, c_w el calor específico, λ la conductividad, \mathbf{v} el vector velocidad (*Darcy*) y H la fuente de calor.

El flujo de agua de densidad constante en tres dimensiones en un medio poroso que cumple la ley de Darcy, puede ser descrito por la ecuación en derivadas parciales [52],

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - W = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

donde x, y, z son las coordenadas cartesianas ortonormales alineadas a lo largo de las direcciones principales del tensor de conductividad hidráulica, K_{ij} , h el potencial hidráulico por unidad de peso ($z+p/\gamma+v^2/2g$ expresado en metros), W es el término de fuente -volumen de agua por unidad de tiempo inyectado/extraído por unidad de volumen de acuífero en el punto (x,y,z) -, S_s el coeficiente de almacenamiento específico del medio, y t el tiempo.

Excepto en casos muy simples, no existen soluciones analíticas de esta ecuación. En consecuencia, se han de usar métodos numéricos para su resolución. En el caso concreto del método de los elementos finitos se sustituye el sistema continuo por un conjunto finito y discreto de puntos en el espacio y en el tiempo y las derivadas parciales por diferencias de valores de la función h en dichos puntos. El proceso lleva a un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales simultáneas. Su solución da como resultado el valor del potencial en los puntos especificados en los instantes de tiempo elegidos. Estos valores constituyen una aproximación a la distribución continua de valores en el tiempo que daría una solución analítica de la ecuación diferencial.

Los principales programas FEM comerciales y de investigación son [38]:

- HYDROGEOSPHERE (FEM)

Es un software numérico de elementos finitos con control de volumen 3D, desarrollado por la Universidad de Waterloo y de Laval, en grado de solucionar sistemas en los regímenes de flujo superficial y subterráneo, en condiciones saturados y no-saturadas, de estratigrafías diferentes y teniendo en cuenta problemas de transporte de materiales usando la técnica de formulaciones de la densidad variables, resolviendo la ecuaciones de flujo, transporte de energía y sólidos simultáneamente, proveyendo de un balance completo.

- FEFLOW (FEM)

Es un programa de modelación de flujo y procesos de transporte de calor y/o componentes disueltos en medios porosos y fracturados, desarrollado por DHI-WASY GmbH, de la sucursal alemana del grupo DHI. Este programa usa el análisis de elementos finitos para solucionar la ecuación de flujo para condiciones tanto saturadas como no saturadas así como el transporte de masa y calor, donde las simulaciones pueden ser en estado fijo o transitorio con diversos métodos de paso de tiempo y acercamientos de cálculo de superficie.

- COMSOL Multiphysics (FEM)

Es un paquete de software que usa el método de elementos finitos para el análisis y resolución de diversas aplicación físicas y de ingeniería, desarrollado por la Universidad Tecnológica Real de Estocolmo, Suecia. Cuenta con diversos módulos específicos, entre ellos se tienen el de flujo subsuperficial para la modelación de acuíferos. Aplica las ecuaciones de Richard, la ley de Darcy y las ecuaciones de Navier-Stokes para el análisis de flujos subsuperficiales así como para la modelación de transporte, reacción de sólidos y transporte de calor en medios porosos.

- MODFLOW (Diferencias finitas)

Este software simula el flujo subterráneo en un medio poroso en una, dos o tres dimensiones, fue desarrollado por el Servicio Geológico de los Estados Unidos (U.S.G.S.), es considerado como un estándar internacional para la simulación y predicción de las condiciones del agua subterránea así como las interacciones del agua superficial y subterránea, utiliza el método numérico de diferencias finitas para resolver mediante diversas interacciones la ecuación de flujo del agua subterránea; por medio de la interfaz gráfica Visual MODFLOW se proporciona el ambiente más adecuado para modelar de forma más completa y fácil pues se pueden visualizar las simulaciones bidimensionales y

tridimensionales del flujo de agua subterráneo y transporte de contaminantes en cualquier momento durante el desarrollo del modelo.

2.5.2 Métodos de los volúmenes finitos

El “*método de los volúmenes finitos*” es una técnica numérica utilizada para resolver ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, principalmente las relacionadas con los fenómenos de transporte. Una de las diferencias importantes del método de los volúmenes finitos comparado con el método de las diferencias finitas, es que puede ser implementado en una malla estructurada o no estructurada. También, a diferencia del método de los elementos finitos, las condiciones de contorno en el método de los volúmenes finitos son no invasivas, dando más estabilidad al proceso numérico [40].

- TOUGH2 (FEV)

TOUGH2 (Pruess, 1991), basado en la versión anterior MULKOM (Pruess, 1983), es un simulador de yacimientos de propósito general capaz de simular flujos no isotérmicos de múltiples componentes, fluidos de fases múltiples en medios porosos y fracturados. Su formulación de volúmenes finitos le da la flexibilidad para modelar en 2D o 3D los sistemas geotérmicos [12] teniendo en cuenta, con el modulo EWASG (Equation of state for Wáter, Salt and Gas), la presencia simultánea de muchas componentes.

2.5.3 Método de simulación por redes eléctricas MESIR

Otra metodología para resolver el problema de depósitos geotérmicos y cálculo de las variables puede ser la utilización de programas que utilizan la metodología MESIR. En este trabajo todas las simulaciones de depósitos geotérmicos serán hechas con el programa FAHET. El método de simulación por redes es una técnica para el estudio de cualquier proceso físico que pueda definirse mediante un modelo matemático o conjunto completo de ecuaciones, generalmente en derivadas parciales acopladas o no. Partiendo de estas el procedimiento consiste en dos etapas bien diferenciadas: en primer lugar, elaborar un “modelo en red” o circuito eléctrico equivalente al proceso, y en segundo lugar, simular dicho proceso obteniendo la solución del modelo en red mediante un programa adecuado de resolución de circuitos eléctricos [41].

- FAHET (MESIR)

FAHET hace uso de la analogía o equivalencia entre el transporte eléctrico y el de fluido con difusión de calor en un medio poroso y se presenta al usuario a través de un entorno de comunicación ameno, tipo ventanas, que dirige paso a paso las acciones y opciones posibles tales como selección y definición del problema, entrada de datos, creación y manipulación de archivos de modelos, opciones de simulación, simulación avanzada, presentación de resultados, etc. Los archivos de modelos en red se ejecutan en PSpice (1994), y los resultados de simulación se ofrecen directamente en el entorno, gráfico o tabulado de salida de PSpice o bien, mediante manipulaciones adecuadas, en el entorno gráfico del propio programa y, en mayor detalle, en el entorno gráfico del software MATLAB (1997), merced a rutinas auxiliares incorporadas al programa. Asimismo, FAHET permite presentar soluciones animadas de las isolíneas de concentración y flujo (función de corriente) en problemas transitorios [41].

CAPÍTULO 3.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS QUE RIGEN LOS PROCESOS DE FLUJO DE FLUIDOS EN EL TRANSPORTE DE CALOR

CAPÍTULO 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS QUE RIGEN LOS PROCESOS DE FLUJO DE FLUIDOS EN EL TRANSPORTE DE CALOR

3.1 Introducción al problema

Si hay un gradiente térmico en un sistema, o si dos o más sistemas con temperaturas diferentes están puestos a contacto, hay transmisión de energía. Este proceso mediante el cual hay intercambio de energía entre sistemas se llama transmisión de calor. En este, el calor no puede ser medido, pero pueden ser medidos los efectos que se van a producir sobre el sistema, como variación de su energía interna. Los principios básicos, que explican el calor y la energía interna de un sistema, están definidos en termodinámica mediante el primer principio, que habla de la conservación y transformación de la energía, y con el segundo principio, que implica que no existe ninguna máquina que trabaje por ciclos puede producir trabajo si solo se toma calor desde una región a temperatura mayor y no se cede parte del mismo a otra a temperatura menor. Cuando hablamos de estos procesos, no podemos pararnos a estudiar solo la Termodinámica, porque en todos los casos, la transformación real se producirá en ausencia de equilibrio. Por esta razón, el estudio debe basarse en otras ramas de la ciencia, que van a traer en cuenta procesos como transporte de materia, variación de características químico-físicas de los materiales, etc. [42].

3.2 Propiedades, procesos físicos, y ecuaciones que gobiernan el proceso

La transmisión de calor en un medio poroso se basa en ecuaciones de conservación de la masa, el momento y la energía en el medio, que consta de una matriz sólida y otra líquida. Los fenómenos de transmisión de calor en un medio poroso pueden ser regulados y modelados siguiendo la ecuación de continuidad y la ecuación de “Darcy”, asumiendo que la aproximación de “Boussinesq” sea válida [43],

$$S \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot q = 0$$
$$q = -\frac{\rho_0 g}{\mu} k \left(\nabla h + \frac{\rho + \rho_0}{\rho_0} \nabla z \right)$$

donde

- $S = \rho_0 g S_p$ es el coeficiente de masa relacionado con el cambio de densidad
- S_p es la masa específica de almacenamiento relacionada con los cambio de calor
- ρ es la densidad del fluido
- h es la altura piezométrica
- t el tiempo
- q la velocidad de Darcy
- μ la viscosidad dinámica
- k la permeabilidad hidráulica
- ρ_0 la densidad, que depende de la temperatura
- z la profundidad

La ley que describe el movimiento de flujo de fluido y transporte de calor se ajusta bien con la ley de Darcy (para el flujo en cada región). El flujo regional o local de agua es un flujo de tipo advectivo o convectivo (arrastre), inducido por las condiciones de contorno en el cual hay una altura piezométrica

constante, flujo constante, recarga o extracción (con bombeo) y algunas veces es considerado como de convección forzada según los autores Holzbecher y Yusa (1995). En la formulación de *Darcy* la variable de la cual depende la variación de densidad del agua es la temperatura. Este fenómeno es el primero del cual depende el flujo de fluido; si la densidad del fluido de la parte superior es mayor que la de la que se encuentra en la parte inferior, tenderá a descender, creando lugares o porciones del medio, donde tendríamos una recirculación continua de fluido. La formulación introducida antes, puede ser escrita o, en términos de altura piezométrica h (Holzbecher [16]) o a través de la formulación tratada por Diersch [35], en términos de presión,

$$p = \rho_0 g h$$

$$q = \frac{k}{\mu} (\nabla p - \rho g) = -K (\nabla h - \frac{\rho}{\rho_0} g)$$

siendo:

- k el tensor de permeabilidad,
- μ la viscosidad dinámica
- K la conductividad hidráulica efectiva,

$$K = \frac{k \rho_0 g}{\mu}$$

La ley que gobierna el fenómeno de la transmisión de calor en medios porosos es la ecuación de conducción definida como:

$$\nabla j := -\rho \cdot c_e \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = -\rho_m \cdot c_{e,m} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = k_m (\nabla^2 T)$$

donde :

- j es la densidad de flujo de calor
- ρ y ρ_m son la densidad del agua y la densidad referida a un medio poroso formado por dos componentes, respectivamente
- c_e y $c_{e,m}$ son el calor específico del agua y el correspondiente al medio poroso, respectivamente
- T la temperatura
- t es el tiempo
- k_m la conductividad media del medio

Las principales ecuaciones que gobiernan el fenómeno de transporte de flujo de fluido y calor son el teorema de transporte de *Reynolds* y la ecuación del flujo de fluido combinada con la ley de *Darcy*.

El teorema de transporte de Reynolds es útil para determinar el transporte de fluido y calor. Considérese una propiedad genérica $\tau(x, y, z)$, que se propaga con la velocidad del fluido V_t , en una región Q limitada por la superficie S_u . La conservación de τ , supone que su cambio total en R es el cambio local dentro de la región más el flujo neto de salida a través de S con normal n según [41]:

$$\left(\frac{d}{dt} \right) \int_Q \tau dR = \int_Q \frac{d\tau}{dt} dR + \int_{S_u} \tau V_t n dS$$

Igualando el primer término a cero y aplicando el teorema de Gauss podemos escribir

$$\int_R \frac{d\tau}{dt} dR + \int_S \nabla(\tau V_t) dR = 0$$

siendo la región de integración arbitraria, por lo que podemos escribir

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + \nabla(\tau V_\tau) = 0$$

Ahora bien, es necesario distinguir dos tipos de velocidad: la de la propiedad conservada, V_τ , y la del fluido, v . Si τ se refiere a la propia masa de fluido, ambas velocidades son idénticas, pero si se refiere al transporte de calor, entonces no lo son, ya que éste puede extenderse más rápidamente o más lentamente que el fluido que lo transporta (debido al efecto de difusión). Reorganizando los términos de la ecuación anterior

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + \nabla(\tau V_\tau) + \nabla(\tau(V_\tau - V)) = 0$$

Escribiendo la formulación anterior referida a un medio poroso, donde ϕ es la matriz de permeabilidad, y sabiendo que $\tau = \phi \rho$, y $V = V_\tau$

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \nabla(\rho \phi V) = 0$$

Si combinamos la formulación anterior con la de *Darcy*, obtenemos la ecuación que regula el *flujo de fluido* de agua subterránea en función de la presión (que se mantiene como variable dependiente), asumiendo, $\rho(c, T, P)$ que se simplifica en $\rho(c)$, y ϕ , μ , y k constantes,

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} = \nabla \left(\rho \frac{k}{\mu} (\nabla p - \rho g) \right)$$

Si no hay generación interna de calor y disipación térmica por efecto viscoso, el balance de calor se escribe como:

$$\rho_f c_{e,f} = \nabla \left[\sigma \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) + V \nabla T \right] = k_m (\nabla^2 T)$$

donde f es el subíndice relativo al fluido, y m a las propiedades globales del medio. El término σ , y k_m (combinación de propiedad del fluido y del medio), permite estudiar la relación del calor específico por unidad de masa entre el medio y el fluido como

$$\sigma = \frac{\phi c_e + (1 - \phi) \rho_s c_{e,s}}{(\rho_f c_{e,f})} = \frac{(\rho_m c_{e,m})}{(\rho_f c_{e,f})}$$

$$k_m = \phi k_f (1 - \phi) k_s$$

En las mayorías de los casos, donde se estudian problemas geotérmicos, la transmisión del calor viene descrita a través la formulación de la función de corriente (Ψ en m^2/s), para flujo 2D, en la cual, usando la aproximación de *Boussinesq*,

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = q_z \qquad \frac{\partial \psi}{\partial z} = -q_x$$

La ecuación que describe el flujo de fluido, junto con la ley de *Darcy* para el caso más general, conduce a la ecuación de flujo:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu}{k_z} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{k_x} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{k_z} q_z \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu}{k_x} q_x \right) = -g \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

En los problemas que hemos abordado hasta ahora, se ha encontrado formulaciones con variables

dimensionales y adimensionales. Es conveniente uniformizar las unidades de medida y tratar el problema de manera adimensional. Para hacer esto, podemos adimensionalizar todas las variables de cálculo siguiendo el método propuesto por *Henry* o el propuesto por *Holzbencher* [16]:

Adimencionalizacion del problema			
Nombre variables	Variables	Adimencionalizacion de Henry	Adimencionalizacion de Holzbencher
Altura	$z \longrightarrow z'$	$\left(\frac{z}{d}\right)$	$\left(\frac{z}{H}\right)$
Anchura	$x \longrightarrow x'$	$\left(\frac{y}{ldo}\right)$	$\left(\frac{y}{H}\right)$
Temperatura	$T \longrightarrow T'$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)$	$\left(\frac{T - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}\right)$
Velocidad Darcy	$q \longrightarrow q'$	$q \left(\frac{D}{Q}\right)$	$q \left(\frac{D}{Q}\right)$
Tiempo	$t \longrightarrow t'$	$\left(\frac{D}{d^2}\right)t$	$\left(\frac{D}{H^2}\right)t$
Velocidad flujo	$V \longrightarrow V'$		$\left(\frac{H}{D}\right)V$
Función de corriente	$\Psi \longrightarrow \Psi'$		$\left(\frac{\psi}{D}\right)$

Tabla 3.1. Adimencionalización según Henry y Holzbencher

De este modo, las fórmulas que describen el fenómeno y las funciones de corriente se convierten en

Tipo de adimencionalizacion		
Formulación		
Henry	Ec. De flujo	$\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T'}{\partial x'}$
	Ec. De transporte	$\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} - \frac{1}{b} \left(\frac{\partial \psi'}{\partial z} \frac{\partial T'}{\partial x} - \frac{\partial \psi'}{\partial x'} \frac{\partial T'}{\partial z'} \right) = \frac{\partial T'}{\partial t'}$
Holzbencher	Ec. De flujo	$\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} = Ra \frac{\partial c'}{\partial x'}$
	Ec. de transporte	$\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} - \frac{1}{b} \left(\frac{\partial \psi'}{\partial z} \frac{\partial T'}{\partial x} - \frac{\partial \psi'}{\partial x'} \frac{\partial T'}{\partial z'} \right) = \frac{\partial T'}{\partial t'}$

Tabla 3.2. Formas adimensionales de las ecuaciones de flujo y de transporte

Con Ra es el número de Rayleigh, siendo

$$Ra = \frac{k \Delta \rho g H}{D \mu}$$

donde D es la difusividad, y H la longitud característica (normalmente la profundidad del acuífero).

Para terminar se estudian las condiciones de frontera, de manera que cada variable dependiente afín al problema, pueda ser determinada matemáticamente y tenga una sola solución. En la tabla siguiente se especifican las condiciones de frontera de primera y segunda clase:

Condiciones de contorno		
Tipo	Variable Flujo	Variable Temperatura
De primera clase (condición de Dirichlet)	Se especifica el valor de la función de corriente	Se especifica el valor de la temperatura
De segunda clase (condición de Neumann)	Se especifican los valores de las velocidades paralela y perpendicular a la frontera	Se especifica el valor del flujo de calor en la frontera

Tabla 3.3 Condiciones de contorno y su significado físico

- *Condición de contorno de primera clase.* Se especifica como una función generalmente dependiente de la posición y el tiempo, $\psi'(\mathbf{r}'_{\text{frontera}}, t)$. El caso $\psi'(\mathbf{r}'_{\text{frontera}}, t) = 0$ se llama condición de contorno homogénea de primera clase. Esta condición está asociada a la impermeabilidad. De acuerdo con la definición de velocidad, si $\psi'(y', x' = \text{constante}) = \psi'_{o,x}$, la condición implica que $v'_x = 0$, no hay flujo en la frontera en la región $x' = \text{constante}$, mientras que si $\psi'(y' = \text{constante}, x') = \psi'_{o,y}$, la condición implica que $v'_y = 0$, no hay flujo en la frontera de la región $y' = \text{constante}$. En general, suele especificarse alguna de las dos condiciones citadas quedando la otra como una incógnita que se obtiene en la resolución del problema.
- *Condición de contorno de segunda clase (Neumann).* Se especifica el valor de $\partial\psi'/\partial n'$ normal a la frontera. El valor $\partial\psi'/\partial n' = 0$ se conoce como condición de contorno homogénea de segunda clase. Se trata de una condición de impermeabilidad para el flujo y cabe distinguir dos casos: (i) la condición $\partial\psi'/\partial x' = 0$ en la frontera $y' = \text{constante}$, implica $v'_y = 0$ (no hay flujo en la dirección normal a la frontera) por lo que dicha condición es equivalente a $\psi' = \text{constante}$ en la misma frontera; (ii) la condición $\partial\psi'/\partial x' = 0$ en la frontera $x' = \text{constante}$, implica $v'_y = 0$, (el flujo paralelo a la frontera tiene un valor nulo). Otros dos casos similares pueden plantearse para $\partial\psi'/\partial y' = 0$ en la frontera $y' = \text{constante}$ (que implica $v'_x = 0$ a lo largo de la frontera) y para $\partial\psi'/\partial y' = 0$ en la frontera $x' = \text{constante}$ (que implica $v'_x = 0$). En el caso no homogéneo, $\partial\psi'/\partial n' = \text{constante}$, podemos distinguir: (i) la condición $\partial\psi'/\partial x' = \text{constante}$ en la frontera $y' = \text{constante}$, implica $v'_y = \text{constante}$ (el flujo en la dirección normal a la frontera es constante); (ii) la condición $\partial\psi'/\partial x' = \text{constante}$ en la frontera $x' = \text{constante}$, implica $v'_y = 0$, (el flujo paralelo a la frontera tiene un valor constante; la causa de esta condición suele ser un gradiente de presiones constante a lo largo de la frontera). Otros dos casos similares pueden plantearse para $\partial\psi'/\partial y' = \text{constante}$ en la frontera $y' = \text{constante}$ (que implica $v'_x = \text{constante}$ a lo largo de la frontera) y para $\partial\psi'/\partial y' = \text{constante}$ en la frontera $x' = \text{constante}$ (que implica $v'_x = \text{constante}$).

Variables y condición de frontera		
T	Dirichlet	$T = \text{constante}$
		$T = 0$ (homogénea)
	Neumann	$\partial T / \partial n = \text{constante}$
		$\partial T / \partial n = 0$ (homogénea, impermeabilidad al soluto)

Tabla.3.4.a. Expresiones de los tipos de condiciones de contorno más comunes.

ψ	Dirichlet	$\psi = \text{constante}$ (impermeabilidad). Dos casos: (i) $\psi(x' = \text{constante}, y) = \text{constante} \Rightarrow v'_x = 0$ (ii) $\psi(x', z' = \text{constante}) = \text{constante} \Rightarrow v'_z = 0$ El valor $\psi = 0$ (condición homogénea) tiene los mismos casos
	Neumann	Condición homogénea. Cuatro casos: (i) $\partial \psi / \partial x$ en $(x', z' = \text{constante}) = 0, \Rightarrow v'_z = 0$ Flujo normal a la pared nulo (ii) $\partial \psi / \partial x$ en $(x' = \text{constante}, y) = 0, \Rightarrow v'_z = 0$ Flujo tangencial a la pared nulo (iii) $\partial \psi / \partial y$ en $(x', z' = \text{constante}) = 0, \Rightarrow v'_x = 0$ Flujo tangente a la pared nulo (iv) $\partial \psi / \partial y$ en $(x' = \text{constante}, y) = 0, \Rightarrow v'_x = 0$ Flujo normal a la pared nulo
		Condición no homogénea. Cuatro casos: (i) $\partial \psi / \partial x$ en $(x', z' = \text{constante}) = \text{constante}, \Rightarrow v'_z = \text{constante}$ Flujo tangente a la pared constante (ii) $\partial \psi / \partial x$ en $(x' = \text{constante}, z') = \text{constante}, \Rightarrow v'_z = \text{constante}$ Flujo normal a la pared constante (iii) $\partial \psi / \partial y$ en $(x', z' = \text{constante}) = \text{constante}, \Rightarrow v'_x = \text{constante}$ Flujo tangente a la pared constante (iv) $\partial \psi / \partial y$ en $(x' = \text{constante}, z') = \text{constante}, \Rightarrow v'_x = \text{constante}$ Flujo normal a la pared constante

Tabla.3.4.b. Expresiones de los tipos de condiciones de contorno más comunes.

CAPÍTULO 4.
MÉTODOS DE SIMULACIÓN
NUMÉRICA EN PROBLEMAS DE
GEOTERMIA

CAPÍTULO 4. MÉTODOS DE SIMULACIÓN NUMÉRICA EN PROBLEMAS DE GEOTERMIA

4.1 Introducción

En este capítulo, vienen descritos los principales métodos para solucionar los problemas en el campo del cálculo numérico en geotermia. Aquí serán descritos los métodos de simulación por redes eléctricas, (utilizado en este trabajo, ver capítulo 6), y a continuación el método de resolución de las diferencias finitas. Una descripción detallada del método, con numerosas aplicaciones a los campos de transporte a través de membranas, transferencia de calor, sistemas de reacción química, transferencia de masa en soluciones electrolíticas y no electrolíticas, y fenómenos electrocinéticos en suspensiones coloidales, puede encontrarse en el libro de *González-Fernández (2002)*. En los últimos años el método ha sido aplicado con éxito en otros campos de investigación, tales como transporte de calor en fluidos, sistemas caóticos, vibraciones mecánicas, elasticidad, problemas inversos, etc., incluyendo el campo que nos ocupa de flujo asociado a densidad variable con transporte de soluto, así como explican Moreno y col. (2007), Alhama y col. (2003a-b, 2004), Zueco y Alhama (2006, 2007), Zueco y col. (2004, 2005, 2006a-b) y Soto y col. (2007b-d), así como en el diseño de programas educativos Lopera y col. (2009) y Alhama y Del Cerro (2010a-b).

4.2 Método MESIR

En este primer apartado viene estudiada la técnica utilizada, para solucionar los problemas geotérmicos usando el software PSpice y el programa FAHET, a través del método MESIR. El método de Simulación por redes eléctricas permite el estudio de problemas físicos, en este caso de transmisión de calor en medios porosos, mediante un modelo matemático o conjunto completo de ecuaciones, generalmente en derivadas parciales acopladas o no. Partiendo de estas el procedimiento consiste en dos etapas bien diferenciadas: en primer lugar, se elabora un “*modelo en red*” o circuito eléctrico equivalente (en FAHET), y en segundo lugar, se simula dicho proceso, obteniendo la solución del modelo en red mediante un programa (PSpice), adecuado para la resolución de circuitos eléctricos. La equivalencia formal, entre el modelo en red y el proceso físico en estudio, reside en que ambos se rigen por las mismas ecuaciones discretizadas en el espacio, es decir por las mismas ecuaciones diferenciales en diferencias finitas, referidas a un elemento de volumen o celda, y las mismas ecuaciones discretizadas para las condiciones de contorno [41].

La técnica consiste en reticular el espacio en elementos de volumen o celdas elementales; al aplicar a estas celdas de tamaño finito las ecuaciones diferenciales, se obtienen un conjunto de ecuaciones diferenciales en diferencias finitas que se constituyen en el punto de partida para la obtención del modelo en red correspondiente; una vez establecida la correspondencia entre variables dependientes del problema y variables eléctricas, tensiones e intensidades, los resultados de la simulación se pueden interpretar en términos del proceso que se modela. La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo el medio finito, que es tanto más preciso cuanto mayor sea el número de éstas (Alhama, 1999). Las condiciones de contorno e iniciales se incorporan al modelo de manera simple.

En esta técnica, viene establecida una correspondencia entre variables flujo por un lado (densidad de corriente eléctrica con flujo de calor, flujo de masa...) y variables tipo potencial por otro (potencial eléctrico con temperatura, concentración...) pero es posible establecer otras analogías aún en procesos físicos que describan el transporte de una determinada magnitud. Por ello, el que los procesos de flujo debido a densidad y transporte de soluto admitan redes eléctricas equivalentes, supone no sólo la equivalencia matemática sino, también, la equivalencia física entre las variables características de unos y otros procesos. El MESIR es, por otro lado, un método de simulación en tanto que incluye la resolución numérica del modelo en red. Así, las variables flujo y fuerza características del mismo deben satisfacer las leyes de Kirchhoff, y sus relaciones constitutivas determinarán los elementos de circuito correspondientes.

Ahora bien, en cada proceso concreto y una vez elegidas las variables conjugadas, la información de qué elementos de circuito intervienen en el modelo en red y cómo se conectan entre sí, se obtiene del modelo matemático y no de consideraciones de tipo físico acerca del papel que juegan estas variables.

En síntesis, en la teoría de redes, la viabilidad de un modelo en red supone:

- i) La existencia de una red independiente del tiempo,
- ii) la existencia de una magnitud $j_{N-N'}$ llamada flujo, asociada a cada rama que conecta los nudos $N-N'$ y que va de N a N' . $j_{N-N'}$ obedece las leyes de *Kirchhoff* para corrientes (*LCK*), y
- iii) la existencia de una magnitud, ϕ , asociada a cada nudo, tal que la diferencia $X_{N-N'} = \phi_N - \phi_{N'}$, llamada fuerza, obedece la ley de los voltajes de *Kirchhoff* (*LVK*).

Las relaciones entre flujo y fuerza asociados a una rama y sus (dos) nudos límite, que pueden incluir o no variaciones temporales de estas variables que se dicen conjugadas, definen los elementos concretos del circuito equivalente a esa rama. La relación causa-efecto entre las variables conjugadas es completamente arbitraria con tal que sea consistente con ii) y iii).

- MONOPUERTAS BÁSICAS

A la red se le asocia un conjunto de flujos que obedecen a una ley de balance local y un conjunto de fuerzas que satisfacen la condición de unicidad. Tales requisitos dan cuenta de la topología de la red relativa al proceso. Las propiedades topológicas dependen únicamente de la asignación de conexiones entre los diferentes puntos o de las posibles combinaciones de trayectorias que unen un nudo dado con otros nudos. Son independientes de las medidas y, desde un punto de vista topológico, dos grafos son iguales o isomorfos si las asignaciones de vértices y ramas son las mismas.

Las leyes de Kirchhoff establecen relaciones entre flujos y fuerzas por separado, pero no expresan ningún tipo de relación entre flujos y fuerzas entre sí. Las relaciones entre el par conjugado flujo-fuerza se conocen como ecuaciones constitutivas o fenomenológicas y definen los elementos de circuito que expresan características específicas de cada proceso. Se dice que dos grafos son geoméricamente iguales si los potenciales y flujos de cada par de puntos y su rama correspondiente son iguales para cualquier conjunto de valores que puedan ser elegidos para los flujos o las fuerzas. Las propiedades geométricas de la red, es decir, sus características métricas, se siguen de las relaciones constitutivas, que se pueden establecer entre las variables de un par flujo-fuerza, en cuyo caso se habla de monpuerta.

La construcción del modelo eléctrico equivalente viene hecho a través de elementos como monpuertas pasivas (resistiva capacitiva, inercial o inductiva) y activa (constantes, dependiente del tiempo, y controladas). La implementación de cada unas de estas permite construir el sistema eléctrico equivalente y solucionar el conjunto de ecuaciones. Las leyes de Kirchhoff establecen relaciones entre flujos y fuerzas por separado, pero no expresan ningún tipo de relación entre flujos y fuerzas entre sí.

Una primera clasificación está relacionada con lo que en electricidad se conoce como elementos pasivos y activos. Los elementos pasivos no generan potencia sino que la disipan (transformación energética), tienen la capacidad de almacenarla y/o entregarla a la red, y constituyen lo que llamamos monpuertas pasivas.

Las fuentes de tensión y corriente son elementos activos, generan potencia de acuerdo a una determinada ley y son las monpuertas activas o fuentes (es posible, no obstante, que una relación constitutiva correspondiente a una monpuerta pasiva pueda ser representada mediante una monpuerta activa donde la función de control es una constante).

Monpuertas pasivas. En función de la relación expresa existente entre las variables LCK y LVK las monpuertas pasivas tienen nombres específicos.

La monpuerta resistiva es un elemento de circuito asociado a una relación entre las derivadas temporales de las variables flujo y fuerza de una misma rama, mediante una función independiente del tiempo que llamaremos *resistencia*, R , que puede depender o no del flujo o de la fuerza:

$$\frac{dX(t)}{dt} = R \frac{dJ(t)}{dt} \Rightarrow R = \frac{dX(t)}{dJ(t)}$$

A partir de esta expresión es posible relacionar las variables en forma finita y escribir

$$X(t) = F_R(J)$$


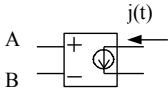
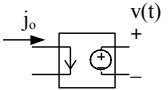
o bien

$$J(t) = F_R^{-1}(X)$$

expresiones que no contienen la variable tiempo.

Una monpuerta resistiva es lineal cuando la relación entre las variables $X(t)$ y $J(t)$ lo es, es decir $X(t) = R J(t)$; naturalmente R es una constante en este caso. Su acción es instantánea, no importa cual sea su estado anterior; en este sentido carecen de memoria. En su analogía física representan efectos disipativos, fricciones, efectos viscosos, energías de reacción, etc., y desde el punto de vista termodinámico son elementos generadores de entropía.

Las monpuertas resistivas no lineales se definen a través de las funciones que las caracterizan, $J(t) = F_R^{-1}(X)$ o $X(t) = F_R(J)$. Constituyen, en definitiva fuentes controladas de corriente o tensión, respectivamente.

Monpuerta Resistiva			
Tipo	Lineal	No lineal	No lineal
Componente eléctrico usado			
Relaciones	$X(t) = R J(t)$	$j(t) = F_R(J)$	$V(t) = F_R^{-1}(j_0)$

La monpuerta capacitiva es un elemento de circuito asociado a una relación entre la variable flujo y la derivada temporal de la variable fuerza, de una misma rama, mediante una función no dependiente del tiempo que designaremos como capacidad, C . En esta se produce almacenamiento sin pérdidas (no hay disipación energética), y su estado, que no cambia instantáneamente, tiene en cuenta todas las operaciones llevadas a cabo en el pasado (tiene memoria). En su analogía, representa procesos físicos en los que se produce algún tipo de almacenamiento como condensadores, tanques, etc.

$$J(t) = C \frac{dX(t)}{dt}$$

La relación constitutiva anterior puede expresarse en términos de la capacidad:

$$C = \frac{dq}{dX} = d \frac{F_C(X)}{dX}$$

Así como para el caso anterior cuando la dependencia $q = F_C(X)$ es lineal, $C = q/X$. Las dependencias $q = F_C(X)$ no lineales, ejemplos de las cuales se presentarán en esta memoria, deben estudiarse en cada caso. La representación simbólica de la monpuerta capacitiva lineal se muestra en la Figura 4.1. La traducción al modelo en red es un condensador eléctrico de valor C faradios.

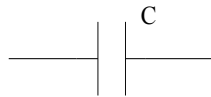


Figura 4.2.1. Representación simbólica de una monopuerta capacitiva lineal.

Monopuerta inercial o inductiva. Es el elemento de circuito asociado a una relación entre la variable fuerza y la derivada temporal de la variable flujo, de una misma rama, mediante una función no dependiente del tiempo, que designaremos como *inductancia*, L . Al igual que en el condensador se produce un almacenamiento de energía sin pérdidas y su estado tiene memoria. En su analogía representa procesos físicos en donde tiene lugar algún efecto de inercia (como la masa en los sistemas mecánicos).

$$X(t) = L \frac{dj(t)}{dt}$$

que equivale a la relación, no dependiente del tiempo, entre las variables flujo y momento

$$p = F_L(J)$$

La relación constitutiva anterior puede expresarse en términos de la inductancia

$$\gamma = dp/dJ = dF_L(J)/dJ$$

Esta es constante cuando la dependencia $p = F_L(J)$ es lineal, $L = p/J$. Al igual que en la monopuerta capacitiva, las dependencias $p = F_L(J)$ no lineales deben estudiarse particularmente en cada caso.

La representación simbólica de la monopuerta inductiva lineal se muestra en la Figura I.3. La traducción al modelo en red es una inductancia eléctrica o bobina de valor L henrios.

Los procesos de almacenamiento y disipación de energía, bajo la hipótesis de continuidad del medio, se originan en todo los puntos del sistema. Los elementos R , C y L se identifican sin embargo con regiones pequeñas pero finitas del medio y sus conexiones con las otras puertas se realizan con enlaces ideales de energía, es decir, con conductores de resistencia nula.



Figura 4.2.2. Representación simbólica de una monopuerta inductiva lineal.

El que cada elemento pueda ser caracterizado por un par de variables conjugadas con una única ecuación constitutiva entre ellas es una hipótesis básica en el MESIR que deriva de la teoría de redes. Físicamente equivale a decir que es posible elegir un elemento de volumen lo suficientemente pequeño como para que su tiempo de relajación interna sea mucho menor que el del sistema global, pero suficientemente grande como para que las fluctuaciones de las variables que describe el sistema en él sean despreciables.

Monopuertas activas. En éstas se produce una aportación o extracción de energía al sistema. Cabe distinguir:

Fuentes constantes. Son monopuertas definidas de acuerdo con las expresiones $F_J(J) = 0$ y $F_X(X) = 0$, según se trate de fuentes de flujo o de fuerza, respectivamente. Tienen asignado un sentido (o signo) que indica la dirección en que fluye la energía. La representación simbólica es la de la Figura I.4 a); eléctricamente se corresponden a pilas o generadores de corriente constante.

Fuentes dependientes del tiempo. La relación constitutiva entre las variables tiene la misma forma de las fuentes constantes; además, $X = X(t)$ y $J = J(t)$ según se trate de fuentes de fuerza o de flujo. Ejemplos de representación simbólica se muestran en la Figura I.4. b).

Fuentes controladas. Se trata de monpuertas especiales asociadas a relaciones constitutivas entre variables, conjugadas o no, expresadas mediante cualquier función que no contiene explícitamente el tiempo. Se trata de elementos de entradas múltiples con una única salida que corresponde a un flujo o una fuerza que depende funcionalmente de otros flujos o fuerzas de distintas ramas y nudos, del mismo o diferente circuito. Estas fuentes van a permitir especificar acoplamientos energéticos de distinto tipo.

Existen cuatro tipos de fuentes controladas por una sola variable

$$X = F_X(X_c)$$

$$X = F_J(J_c)$$

$$J = F_J(J_c)$$

$$J = F_X(X_c)$$

según se trate de i) fuentes de tensión controladas por tensión, ii) de tensión controladas por corriente, iii) de corriente controladas por corriente y iv) de corriente controladas por tensión, respectivamente; F designa una función arbitraria de la variable o variables de control.

La acción de control puede ser ejercida por más de una variable y las funciones de control pueden ser complejas. Aunque la monpuerta puede especificarse arbitrariamente, su implementación como elemento de circuito puede no ser posible en tanto que no esté contenida en las librerías del software elegido. Sin embargo, la teoría de circuitos permite, mediante circuitos auxiliares, resolver prácticamente todos los casos de diseño de la red eléctrica que se necesiten para cualquier tipo complejo de fuente controlada. La representación simbólica de estas fuentes se muestra en la (figura 4.3. c).

El potencial de estas monpuertas activas para establecer los modelos en red de sistemas fuertemente no lineales es inmenso ya que su uso permite imponer a la monpuerta el valor de una variable (en función de variables de otras monpuertas) sin influir en la otra variable, cuyo valor, se ajusta a la topología y geometría del modelo en red.

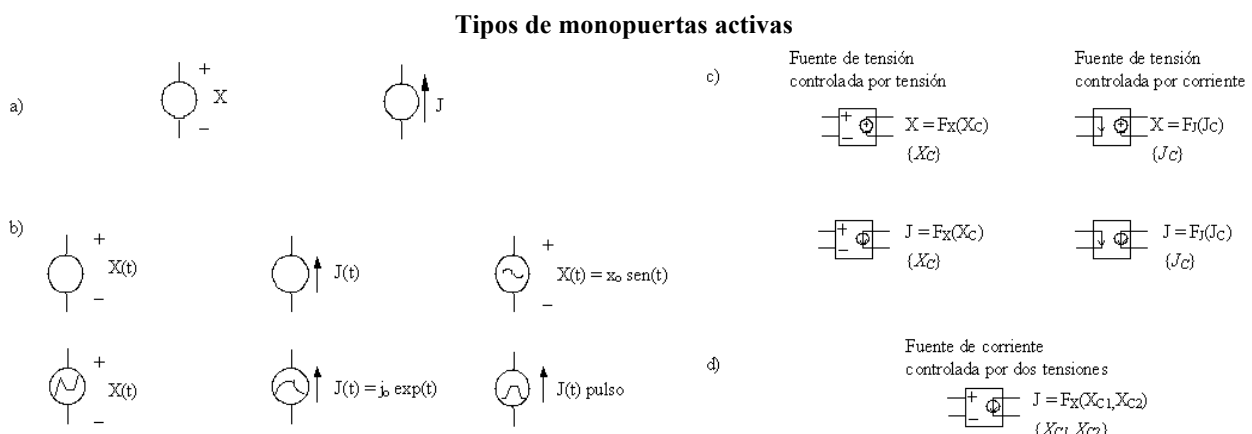


Figura 4.2.3. Representación simbólica de monpuertas activas. a) fuentes constantes, b) fuentes dependientes del tiempo, c) fuentes controladas por una variable, d) ejemplo de fuente controlada por varias variables.

En muchas situaciones estas fuentes no aportan energía al sistema en sentido estricto, en cuanto a que la energía de la fuente sea la responsable de la dinámica del proceso. Su uso, sencillamente, es una

alternativa que permite modelar, mediante componentes eléctricos, las ecuaciones en diferencias finitas obtenidas de la manipulación del modelo matemático, en procesos no lineales.

En términos de componentes eléctricas el software elegido en esta memoria para la simulación, Pspice (1994), es capaz de reconocer un largo catálogo de componentes eléctricas. La Tabla 4.1 lista los que van a ser usados por el programa FAHET.

Elementos lineales:
Resistencias (R)
Condensadores (C)
Inductancias o bobinas (L)
Fuentes constantes de tensión y corriente
Fuentes de tensión y corriente, dependientes del tiempo
Fuentes controladas de tensión y corriente
Elementos no lineales:
Fuentes controladas no lineales de tensión y corriente
Interruptores accionados por tensión o por corriente

Tabla 4.1. Elementos de circuito.

4.3 Método de las diferencias finitas

Entre los métodos matemáticos más utilizados para solucionar problemas de geotermia, se encuentra el método de las diferencias finitas. Recordando los resultados presentados en el capítulo anterior, donde se incluye la ecuación estacionaria del movimiento de un fluido de densidad ρ_f , y permeabilidad k , podemos escribir la ecuación general en función de la altura piezométrica [45],

$$\nabla = \left[\frac{\rho_f g k}{\mu} (\nabla h_0 + \rho_r \nabla z) \right] = 0 \rightarrow \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] + \left\{ \frac{\partial h}{\partial z} \left[k_z \left(\frac{\partial h}{\partial z + \rho_r} \right) \right] \right\} = 0$$

donde h es la altura piezométrica calculada mediante la ecuación de *Bernulli*, y v la velocidad de *Darcy* calculada como

$$h = \frac{v^2}{2g} + z + \frac{P}{g\rho}$$

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

La ecuación estacionaria del fluido puede escribirse como la suma de dos partes: un término asociado a la difusividad y otro asociado con el transporte de fluido. La ecuación estacionaria del calor, para un suelo con conductividad λ , puede escribirse como:

$$\nabla(\lambda \nabla T - \rho_f c_f v T) = 0 \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \rho_f c_f v_x T \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} - \rho_f c_f v_z T \right) = 0$$

La conductividad térmica del suelo, puede ser calculada como suma de la del medio sólido y la del fluido, teniendo en cuenta de la porosidad de la tierra,

$$\lambda(\phi, T, P) = (1 - \phi) \lambda_r(T) + \phi \lambda_f(T, P)$$

Donde la conductividad térmica de las rocas λ_r y su calor específico c_r son funciones de la temperatura, y se pueden calcular como:

$$\lambda_r(T > T_c) = \frac{770}{350 + T} + 0,7$$

$$\lambda_r(T < T_c) = \lambda_r(T < T_c) * \left[\frac{\lambda_r(T_{rif})}{\frac{770}{350 + T} + 0,7} - \left(\frac{\lambda_r(T_{rif})}{\frac{770}{350 + T} + 0,7} - 1 \right) \left(\frac{T - T_{rif}}{T_c - T_{rif}} \right) \right]$$

El precedente sistema de ecuaciones acopladas no puede ser resuelto con métodos analíticos, por lo que es necesario discretizarlo mediante diferencias finitas. El método consiste en dividir el dominio en una malla de cálculo (véase las figuras 4.2.4-5), solucionando cada celda, en la cual aproximamos las derivadas parciales con diferencias finitas, obteniendo así un sistema de ecuaciones lineales que pueden ser resueltas numéricamente.

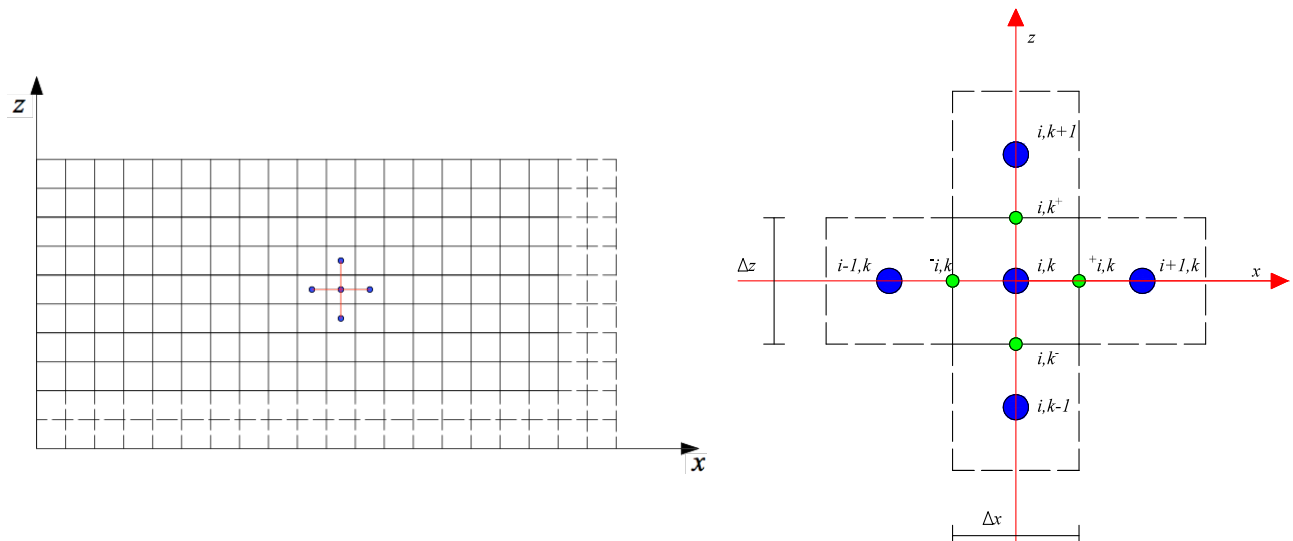


Fig. 4.2.4-5. Ejemplo de implementación de la malla de cálculo y los nodos de las celdas.

Una vez desarrollado el sistema de cálculo (celdas y nodos), se escribe las ecuaciones dinámicas de la altura piezométrica, y las ecuaciones térmicas como sistemas de ecuaciones discretizadas,

$$h_{i,k} = [A(h_{i+1,k}) + B(h_{i-1,k}) + C(h_{i,k+1}) + E(h_{i,k-1}) - F - D]/G$$

Para solucionar la ecuación de arriba, las constantes se definen del siguiente modo:

$$A = \frac{k_x}{\Delta x^2}; \quad B = \frac{k_x}{\Delta x^2}; \quad C = \frac{k_z}{\Delta z^2}; \quad D = \frac{k_z}{\Delta z^2} \rho_r; \quad E = \frac{k_x}{\Delta z^2}; \quad F = \frac{k_z}{\Delta z^2} \rho_r; \quad G = A + B + C + E;$$

El término ΔT , en la ecuación estacionaria del fluido, viene dado por

$$T_{i^+,k} = (1 - \alpha)T_{i,k} + \alpha T_{i+1,k}; \quad \begin{cases} \alpha = 0; \text{ si } v > 0; \\ \alpha = 1; \text{ si } v < 0; \end{cases}$$

Una explicación más detallada se encuentra en [45], [48].

CAPÍTULO 5.
EL PROGRAMA FAHET

CAPÍTULO 5. EL PROGRAMA FAHET

5.1 Funcionamiento y técnicas de implementación de dominios geotérmicos

La *figura 5.1* muestra el anagrama del programa FAHET, uno más en principio de entre los muchos códigos comerciales educativos aplicados a ciencias e ingeniería y uno más también entre los pocos dedicados al flujo de fluido en medios porosos con transporte de calor. Sin embargo, su diseño tiene ciertas peculiaridades que creemos le diferencia y distingue de otros programas básicamente orientados al cálculo, con un código de computación numérico propio, y que funcionan a modo de caja negra de contenido, en general, inaccesible al usuario [41].

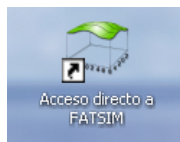


Figura 5.1. Anagrama de FAHET (de Manual FAHET).

FAHET hace uso de la analogía o equivalencia entre el transporte eléctrico y el de fluido con difusión de calor en un medio poroso y se presenta al usuario a través de un entorno de comunicación ameno, tipo ventanas, que dirige paso a paso las acciones y opciones posibles tales como selección y definición del problema, entrada de datos, creación y manipulación de archivos de modelos, opciones de simulación, simulación avanzada, presentación de resultados, etc. Los archivos de modelos en red se ejecutan en *PSpice* (1994) y los resultados de simulación se ofrecen directamente en el entorno, gráfico o tabulado de salida de PSpice o bien, mediante manipulaciones adecuadas en el entorno gráfico del propio programa y (en mayor detalle) en el entorno gráfico del software MATLAB (1997), merced a rutinas auxiliares incorporadas al programa. Asimismo, FAHET permite presentar soluciones animadas de las isóneas de concentración y flujo (función de corriente) en problemas transitorios. La *figura 5.2* muestra un esquema del funcionamiento básico del programa. Su puesta en marcha da acceso, directamente, a la entrada de datos: geometría de la reticulación, características físicas del medio poroso, fluido y soluto, condiciones de contorno, etc. Una vez completada la especificación del problema se puede crear un archivo de texto básico del modelo que permite su manipulación directa y su modificación.

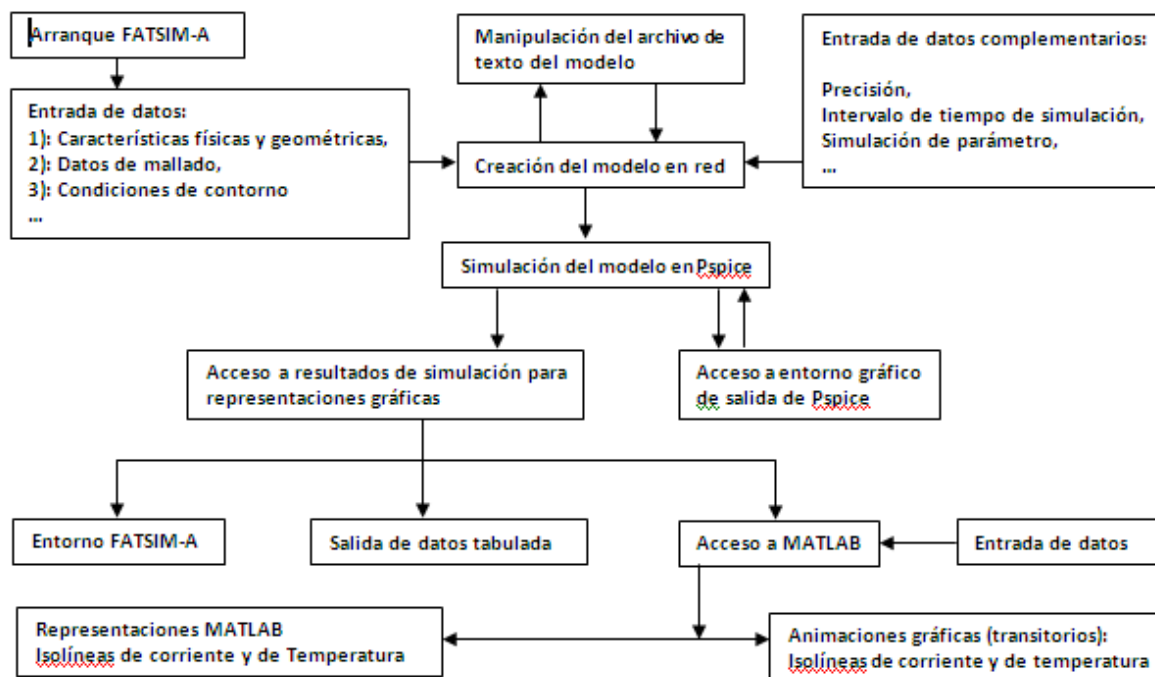


Figura 5.2. Diagrama de funcionamiento de FAHET (de Manual FAHET).

La introducción de datos complementarios relativos al tipo de simulación, tales como la precisión en los cálculos, número de dígitos, tiempo de simulación, opciones de simulación avanzada y presentación, y otros, se produce paralelamente o al final de la creación del archivo del modelo. La ejecución o simulación y consiguiente solución del modelo, da acceso al entorno de salida gráfico de PSpice el cual permite representar simultáneamente las variables de salida más comunes, a saber, los flujos de fluido (funciones de corriente) y las temperaturas en los distintos elementos y nudos del medio elegidos por el usuario; estas variables son ahora potenciales y corrientes eléctricas en el modelo en red equivalente.

La asignación de nombres a los elementos del modelo en red así como la asignación de nodos sigue una regla sencilla e intuitiva y lógica, permitiendo al usuario localizar inmediatamente el elemento, sección o punto del modelo del que se desea obtener información acerca del valor de las variables dependientes, flujos, potenciales y temperaturas tanto en el circuito de flujo de fluido como en el de temperaturas. FAHET incorpora un gráfico directo en el que se muestra la disposición de las celdas o volúmenes de control mostrando la leyenda de los nudos centrales de cada celda, que sirve también para identificar todos los componentes de la celda (resistencias y condensadores), sus propiedades y las condiciones de contorno, si existen. Como opción añadida pueden modificarse y actualizarse datos o información sobre la propia retícula, tanto para una celda como para un conjunto seleccionado de ellas.

Por último, un archivo de ayuda accesible desde cualquier paso del programa da información al usuario de cómo resolver e interpretar las dificultades que surgen en la explotación del mismo.

5.2 Creación de archivos de modelos

La carpeta FAHET contiene las subcarpetas mostradas en la *figura 5.3* entre las que se encuentra la del ejecutable 'FAHET.exe' que da acceso a la pantalla de entrada del programa, 'Designer FAHET-A', *figura 5.4*. Esta pantalla inicial permite cargar un modelo ya existente a través de la ruta adecuada, opción 'Load' *figura 5.5*, o iniciar la creación de un nuevo modelo, opción 'New'.

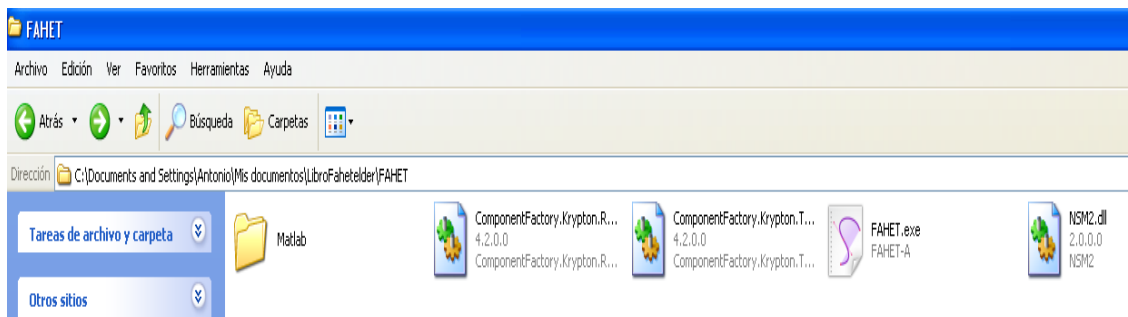


Figura 5.3. Subcarpetas de la carpeta 'FAHET' con acceso al ejecutable 'FAHET.exe' (de Manual FAHET).

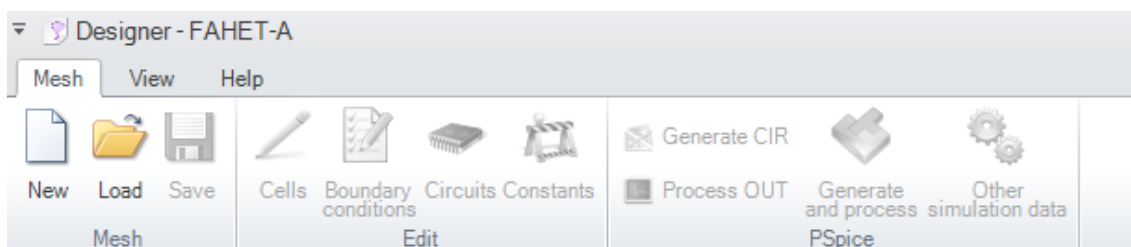


Figura 5.4. Pantalla inicial del programa (de Manual FAHET).

Los primeros datos para la creación de un modelo nuevo son el número de celdas horizontales y verticales, su tamaño y las propiedades del fluido y del medio, viscosidad, gravedad e intervalo de cambio de la densidad del fluido en unidades internacionales. La opción 'aceptar' da acceso a la retícula, *figura 5.7*, que contiene la numeración de celdas y nombre de las capas, siguiendo una regla simple: los dos primeros dígitos corresponden a la posición horizontal (empezando por la celda 01 a la izquierda) y los dos últimos a la posición vertical (empezando a contar de abajo a arriba).

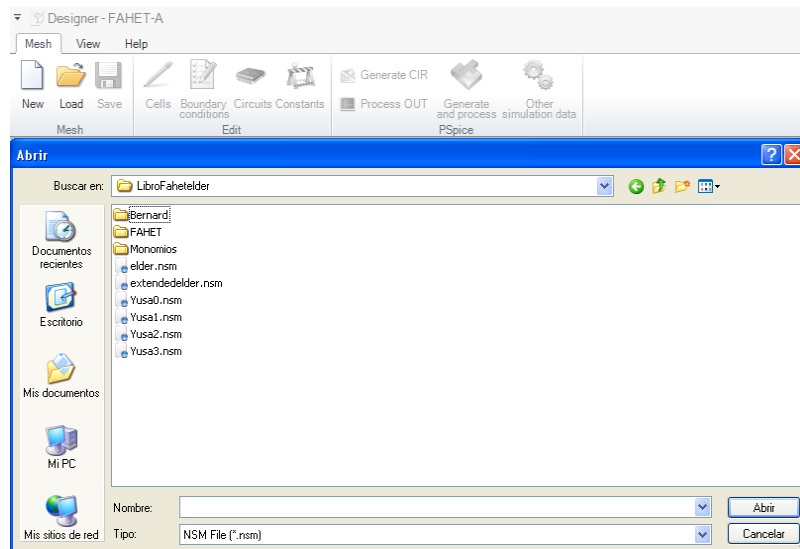


Figura 5.5. Pantalla de ruta para cargar modelos ya creados (de Manual FAHET).

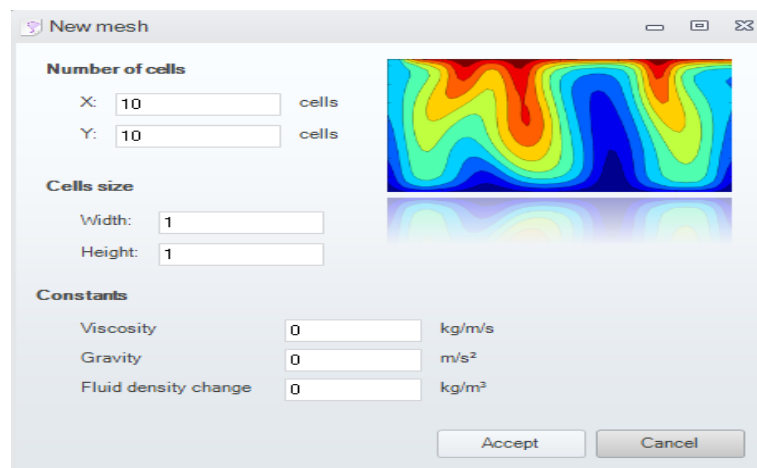


Figura 5.6. Pantalla de creación de nuevo modelo (de Manual FAHET).

Al hacer clic con el botón izquierdo del ratón, con el cursor ubicado en una celda cualquiera, aparece información de la misma en un cuadro ampliado: número de celda y condición de contorno, *Figura 5.8* para una celda del interior y *Figura 5.9* para una celda del contorno.

0110 Layer	0210 Layer	0310 Layer	0410 Layer	0510 Layer	0610 Layer	0710 Layer	0810 Layer	0910 Layer	1010 Layer
0109 Layer	0209 Layer	0309 Layer	0409 Layer	0509 Layer	0609 Layer	0709 Layer	0809 Layer	0909 Layer	1009 Layer
0108 Layer	0208 Layer	0308 Layer	0408 Layer	0508 Layer	0608 Layer	0708 Layer	0808 Layer	0908 Layer	1008 Layer
0107 Layer	0207 Layer	0307 Layer	0407 Layer	0507 Layer	0607 Layer	0707 Layer	0807 Layer	0907 Layer	1007 Layer
0106 Layer	0206 Layer	0306 Layer	0406 Layer	0506 Layer	0606 Layer	0706 Layer	0806 Layer	0906 Layer	1006 Layer
0105 Layer	0205 Layer	0305 Layer	0405 Layer	0505 Layer	0605 Layer	0705 Layer	0805 Layer	0905 Layer	1005 Layer
0104 Layer	0204 Layer	0304 Layer	0404 Layer	0504 Layer	0604 Layer	0704 Layer	0804 Layer	0904 Layer	1004 Layer
0103 Layer	0203 Layer	0303 Layer	0403 Layer	0503 Layer	0603 Layer	0703 Layer	0803 Layer	0903 Layer	1003 Layer
0102 Layer	0202 Layer	0302 Layer	0402 Layer	0502 Layer	0602 Layer	0702 Layer	0802 Layer	0902 Layer	1002 Layer
0101 Layer	0201 Layer	0301 Layer	0401 Layer	0501 Layer	0601 Layer	0701 Layer	0801 Layer	0901 Layer	1001 Layer

Figura 5.7. Retícula del modelo (de Manual FAHET).

0110 Layer	0210 Layer	0310 Layer	0410 Layer	0510 Layer	0610 Layer	0710 Layer	0810 Layer	0910 Layer	1010 Layer
0109 Layer	0209 Layer	0309 Layer	0409 Layer	0509 Layer	0609 Layer	0709 Layer	0809 Layer	0909 Layer	1009 Layer
0108 Layer	0208 Layer	0308 Layer	0408 Layer	0508 Layer	0608 Layer	0708 Layer	0808 Layer	0908 Layer	1008 Layer
0107 Layer	0207 Layer	0307 Layer	0407 Layer	0507 Layer	0607 Layer	0707 Layer	0807 Layer	0907 Layer	1007 Layer
0106 Layer	0206 Layer	0306 Layer	0406 Layer	0506 Layer	0606 Layer	0706 Layer	0806 Layer	0906 Layer	1006 Layer
0105 Layer	0205 Layer	0305 Layer	0405 Layer	0505 Layer				0905 Layer	1005 Layer
0104 Layer	0204 Layer	0304 Layer	0404 Layer	0504 Layer				0904 Layer	1004 Layer
0103 Layer	0203 Layer	0303 Layer	0403 Layer	0503 Layer				0903 Layer	1003 Layer
0102 Layer	0202 Layer	0302 Layer	0402 Layer	0502 Layer	0602 Layer	0702 Layer	0802 Layer	0902 Layer	1002 Layer
0101 Layer	0201 Layer	0301 Layer	0401 Layer	0501 Layer	0601 Layer	0701 Layer	0801 Layer	0901 Layer	1001 Layer

Name: **0506** (X: **5** Y: **6** Z: **1**)

Boundary condition: **Not necessary**

Figura 5.8. Detalle de información de una celda del interior (de Manual FAHET).

0110 Layer	0210 Layer	0310 Layer	0410 Layer	0510 Layer	0610 Layer	0710 Layer	0810 Layer	0910 Layer	1010 Layer
0109 Layer	0209 Layer	0309 Layer	0409 Layer	0509 Layer					1009 Layer
0108 Layer	0208 Layer	0308 Layer	0408 Layer	0508 Layer					1008 Layer
0107 Layer	0207 Layer	0307 Layer	0407 Layer	0507 Layer					1007 Layer
0106 Layer	0206 Layer	0306 Layer	0406 Layer	0506 Layer					1006 Layer
0105 Layer	0205 Layer	0305 Layer	0405 Layer	0505 Layer					1005 Layer
0104 Layer	0204 Layer	0304 Layer	0404 Layer	0504 Layer					1004 Layer
0103 Layer	0203 Layer	0303 Layer	0403 Layer	0503 Layer	0603 Layer	0703 Layer	0803 Layer	0903 Layer	1003 Layer
0102 Layer	0202 Layer	0302 Layer	0402 Layer	0502 Layer	0602 Layer	0702 Layer	0802 Layer	0902 Layer	1002 Layer
0101 Layer	0201 Layer	0301 Layer	0401 Layer	0501 Layer	0601 Layer	0701 Layer	0801 Layer	0901 Layer	1001 Layer

Name: **0510** (X: **5** Y: **10** Z: **1**)

Boundary condition: **Yes**

- Subcircuit Temperature - Top: Adiabatic with value: $1E+15 \Omega$
- Subcircuit Streamfunction - Top: Adiabatic with value: $1E+15 \Omega$

Figura 5.9. Detalle de la información de una celda del contorno (de Manual FAHET).

Al hacer clic con el botón derecho del ratón, en una celda o un conjunto de ellas (figuras 5.10 y 5.11, respectivamente) se presenta un cuadro de diálogo que da acceso a la edición o reedición de las propiedades de la celda o de sus condiciones de contorno. Al pulsar el botón de ‘Editar’ tras seleccionar un grupo de celdas, se presenta la pantalla de La figura 5.12 en la que se muestra el cuadro de parámetros a asignar a dichas celdas. Si éstas son del contorno se pueden editar tanto las propiedades como las condiciones de contorno, Figura 5.13; en una pantalla auxiliar se puede seleccionar el tipo de condición (temperatura o función de corriente), la posición en donde se implementa la condición (parte superior, inferior, izquierda o derecha de la celda) y tipo de condición (constante o adiabática), figura 5.14. Además, se pueden seleccionar

celdas o grupos de celdas para deshabilitarlas, esto es, para crear huecos en el dominio. Basta para ellos marcar el botón ‘Enable cells’ una vez se ha seleccionado la celda o celdas, *figura 5.15*.

Si las condiciones de contorno se establecen sobre celdas interiores debido a la existencia de zonas huecas en el medio, la posición del contorno de la celda de frontera con estas zonas se marca automáticamente. El programa no se ejecuta si las fronteras interiores de las zonas huecas no tienen implementadas las condiciones de contorno debido a que éste detecta la existencia de puntos o nodos en el modelo con una sola conexión ‘eléctrica’. Este requisito es, así mismo, exigible a todos los nodos del modelo para evitar fallos en el diseño del mismo por parte del usuario. La implementación de errores, como siempre, da lugar a la generación de avisos o advertencias al usuario, como se muestra en La *figura 5.16* para un error en la introducción de los datos de la condición de contorno.

yer	0606 Layer	0706 Layer	0806 Layer	0906 Layer	1006 Layer	1106 Layer	1206 Layer	1
yer	0605 Layer	0705 Layer	0805 Layer	0905 Layer	1005 Layer	1105 Layer	1205 Layer	1
yer	0604 Layer	0704 Layer	0804 Layer	0904 Layer			1204 Layer	1
yer	0603 Layer	0703 Layer	0803 Layer	0903 Layer			1203 Layer	1

☒ Habilitada
 Editar
 Editar contorno

Figura 5.10. Pantalla de edición o reedición de la información de una celda (de Manual FAHET).

0110 Layer	0210 Layer	0310 Layer	0410 Layer	0510 Layer	0610 Layer	0710 Layer	0810 Layer
0109 Layer	0209 Layer	0309 Layer	0409 Layer	0509 Layer	0609 Layer	0709 Layer	0809 Layer
0108 Layer	0208 Layer	0308 Layer	0408 Layer	0508 Layer	0608 Layer	0708 Layer	0808 Layer
0107 Layer	0207 Layer	0307 Layer	0407 Layer 4	0507 Layer		07 Layer	0807 Layer
0106 Layer	0206 Layer	0306 Layer	0406 Layer	0506 Layer		06 Layer	0806 Layer
0105 Layer	0205 Layer	0305 Layer	0405 Layer	0505 Layer	0605 Layer	0705 Layer	0805 Layer

☒ Habilitada
 Editar
 Editar contorno

Figura 5.11. Pantalla de selección simultánea de celdas para editar (de Manual FAHET).

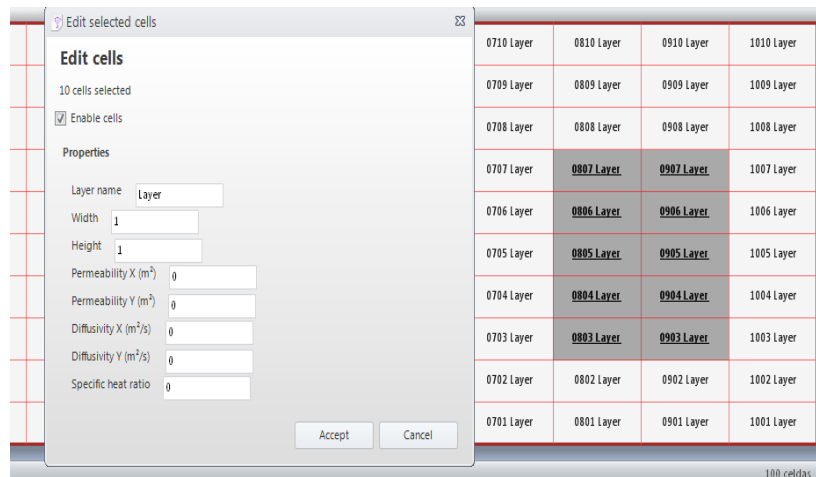


Figura 5.12. Subpantalla para editar las celdas seleccionadas(de Manual FAHET).

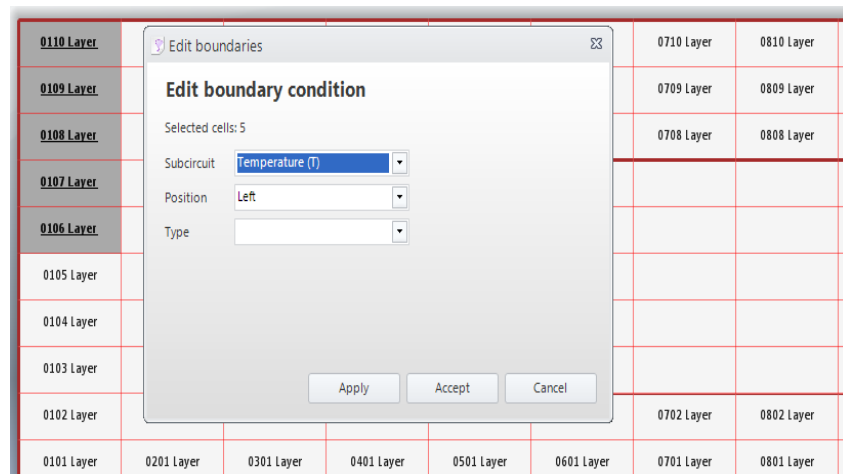


Figura 5.13. Subpantalla para editar condiciones de contorno de las celdas seleccionadas (de Manual FAHET).

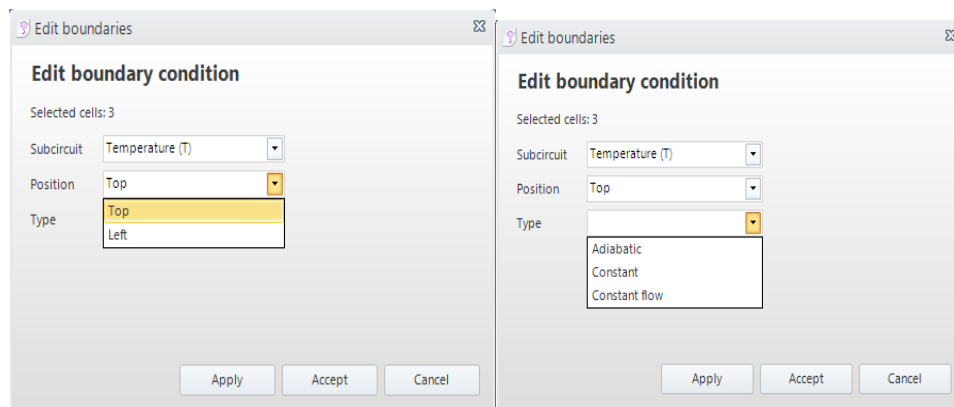


Figura 5.14. Mostrando tipos de condiciones de contorno (de Manual FAHET).

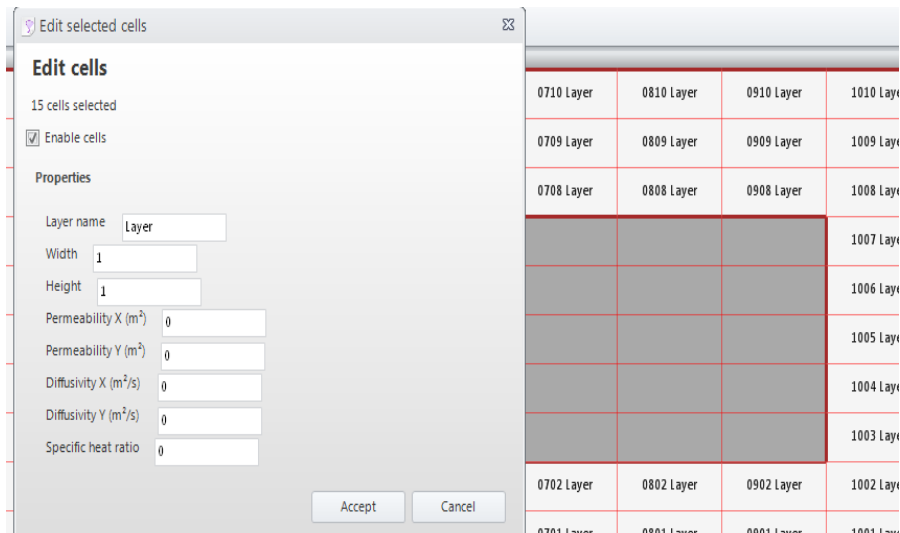


Figura 5.15. Botón para deshabilitación de celdas -creación de huecos en el dominio (de Manual FAHET).

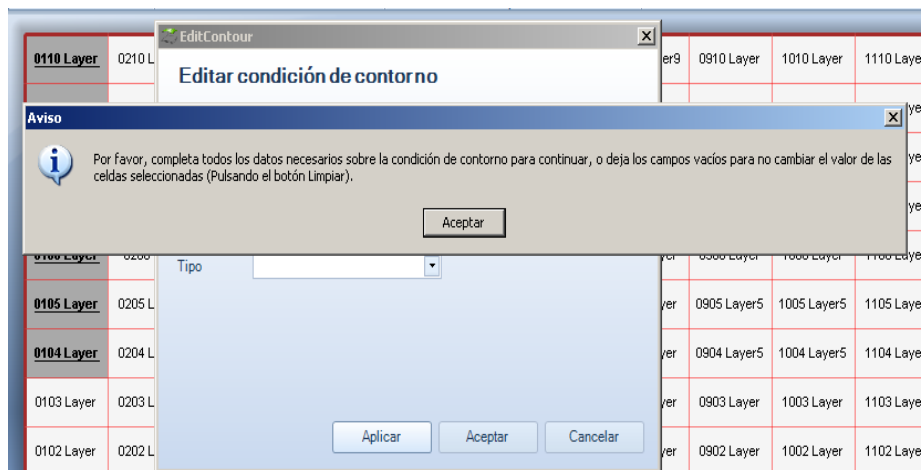


Figura 5.16. Condiciones de contorno. Aviso de error en entrada de datos (de Manual FAHET).

El botón “circuits” del cuadro de diálogo principal da acceso a la pantalla mostrada en La figura 5.17. Dicha pantalla permite mostrar el código (archivo de texto del modelo) correspondiente al circuito de la capa previamente seleccionada (véase que el circuito conserva el mismo informe de la capa). Esta opción permite modificar sobre la pantalla, si se quiere, los parámetros y componentes del circuito o incluso modificar por completo el subcircuito del conjunto de celdas que componen cada una de las capas ya definidas.

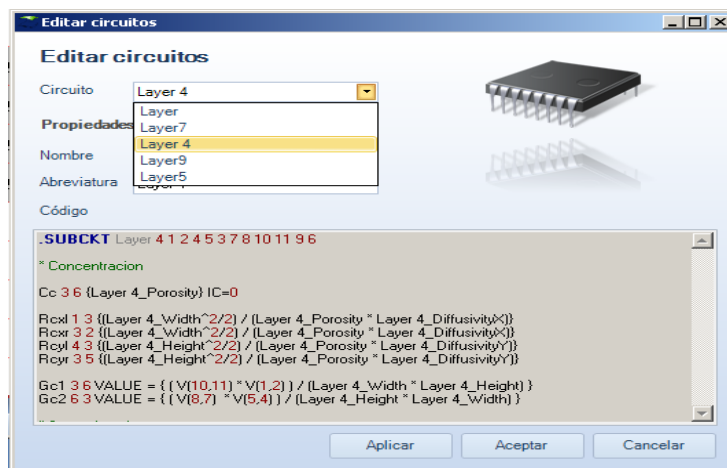


Figura 5.17. Pantalla de edición de circuitos (de Manual FAHET).

El último botón del menú principal ('Other simulation data') presenta al usuario la pantalla de la figura 5.18. En ésta se introducen dos tipos de datos. Por un lado, el intervalo de tiempos de la simulación (tiempo inicial, final e intervalo de tiempo con el que se imprimen los datos tabulados de la solución). Estos datos se incluyen en la sentencia '.TRAN' que define el transitorio. En este mismo grupo de datos se introduce la tolerancia relativa de cálculo ('RELTOL') y el número de dígitos con el que se presentan los datos del archivo de salida. Por otro, los datos de simulación de un parámetro.

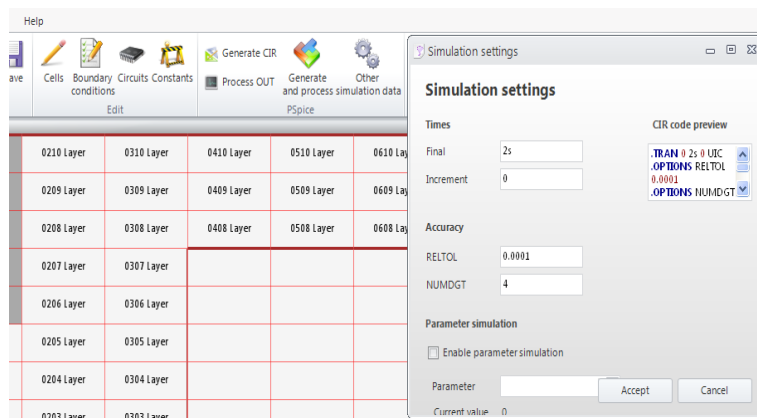


Figura 5.18. Cuadro de diálogo de introducción de tiempos de simulación y simulación de parámetro (de Manual FAHET).

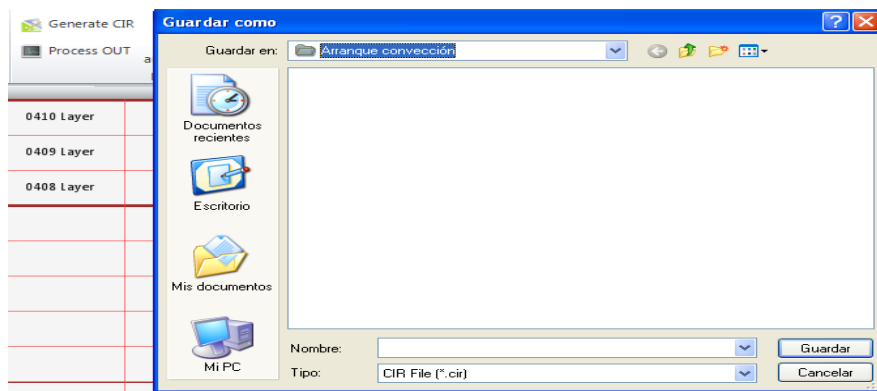


Figura 5.19. Botones 'Generar CIR' o 'Generar y procesar' para crear el archivo de texto del modelo (de Manual FAHET).

El programa permite ejecutar simultáneamente un conjunto de archivos cuya diferencia está en el valor de uno de los parámetros que definen el problema. Para ello se introduce el valor inicial del parámetro, el valor final y el intervalo que define el conjunto de valores discretos del parámetro. Esta opción permite presentar en el entorno gráfico de salida de Pspice, simultáneamente, las soluciones de una variable para el conjunto de valores definidos de un parámetro. Una vez completado el diseño del modelo, la opción 'Generar CIR' o 'Generar y procesar', figura 5.19, da paso a la pantalla de la figura 5.20 que presenta el archivo de texto del modelo sobre el que se pueden hacer comprobaciones y/o manipulaciones. Terminadas éstas puede guardarse, opción 'Guardar CIR' (siguiendo la ruta indicada, o ejecutarse, opción 'Simular'. En este último caso FAHET abre Pspice y procede a la simulación.

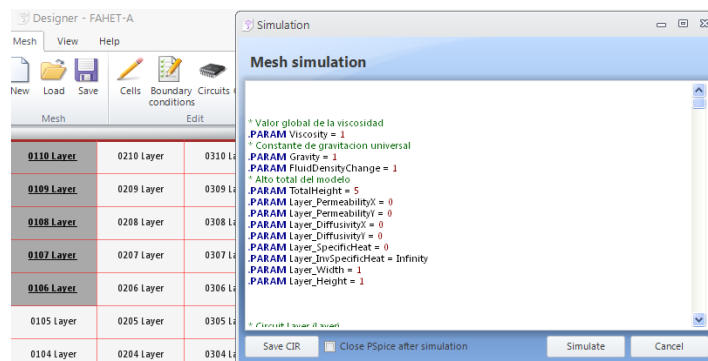


Figura 5.20. Archivo .cir del modelo con opciones de 'Guardar CIR' o 'Simular' (de Manual FAHET).

5.4. Criterios para la numeración de celdas, nodos y elementos del modelo

Como en FATSIM-A, FAHET genera automáticamente la numeración de las celdas siguiendo un criterio lógico consistente en atribuir a cada una un conjunto de 4 dígitos, de los cuales los dos primeros indican la posición horizontal de la celda y los dos siguientes la posición vertical. Los nodos y celdas asociados al circuito de concentración añaden una 'c' a la numeración mientras que los correspondientes a la

función de corriente añaden una ‘f’. Esta misma nomenclatura se sigue para nombrar los subcircuitos. Se llama subcircuito al conjunto de componentes eléctricos del modelo que implementan las ecuaciones en diferencias finitas aplicadas a la celda o elemento de volumen. En general, basta definir en el modelo dos subcircuitos (uno para la concentración y otro para la función de corriente) para cada capa o conjunto de celdas idénticas y luego conectar eléctricamente los subcircuitos de temperatura y función de corriente a las celdas contiguas y a las condiciones de contorno correspondientes. Cada subcircuito tiene una denominación propia (asociada a la celda que implementa) para distinguirlo de los demás.

El origen para la numeración (origen de coordenadas) se sitúa en la posición izquierda-inferior de la geometría. El nudo correspondiente al centro de la celda se define igual que la propia celda, los nudos de los bordes izquierdo y derecho llevan una ‘x’ al final de su denominación mientras que los nudos inferior y superior llevan una ‘y’. También, los nudos izquierdo e inferior de la celda tienen la misma numeración que el central mientras que el derecho y superior tienen una unidad más en la coordenada correspondiente (x e y, respectivamente). De esta forma es inmediato establecer una correspondencia entre nudos y posiciones locales del medio en unidades de longitud. Un detalle de esta numeración se muestra en la *figura 5.21*.

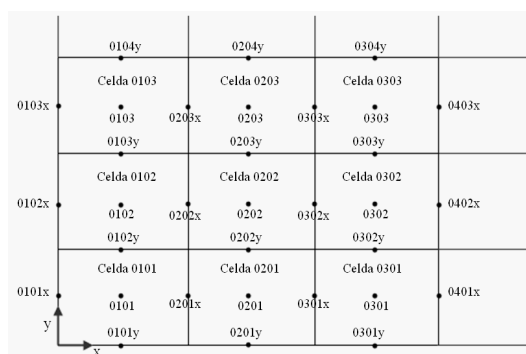


Figura 5.21. Numeración de celdas y nudos (de Manual FAHET).

Con la numeración de la figura anterior es fácil identificar la posición relativa de cada punto del mallado a partir del número de celdas que contiene y solicitar los datos de las variables dependientes temperatura y función de corriente en los puntos requeridos una vez realizada la simulación. Esta definición de nudos es muy útil cuando se trata de buscar los errores o fallos de programación del archivo usando directamente los resultados de la simulación mostrados en el entorno de salida gráfico de PSpice.

En relación con la denominación de elementos del modelo, estos se definen con una letra inicial que los identifica (R para la resistencia; C para el condensador; V para un generador de tensión constante o pila; I para un generador de corriente constante; E, para un generador de tensión controlado por tensión, etc.) seguida de los números correspondientes a la celda a la que pertenecen. Debido al diseño simétrico de la celda, se añade “izq” o “der” y “sup” o “inf” a las resistencias para identificar su posición relativa en la celda. Con esta identificación intuitiva el usuario puede encontrar fácilmente el elemento correspondiente a la posición deseada para solicitar la información que contiene (flujos y potenciales).

Finalmente, en relación con los elementos de contorno se sigue igualmente una regla lógica para identificarlos. La condición adiabática se implementa mediante resistencias conectadas entre el nudo correspondiente del contorno y masa mientras que las condiciones de concentración o función de corriente constante y las de convección se implementan mediante generadores entre los mismos nudos.

5.5. Estructura de los archivos de texto de modelos

La estructura de estos archivos está dividida en los bloques siguientes, por este orden:

- Nombre del archivo (con la opción de incluir, a continuación del nombre, una descripción general del problema)
- Parámetros físicos, geométricos y de reticulación
- Descripción de los subcircuitos (isoconcentración y función de corriente) de las celdas correspondientes a cada capa donde se especifican los componentes de los mismos y la denominación de sus nudos internos
- Listado de interconexión de subcircuitos, especificando el nombre del subcircuito y la numeración de nudos externos
- Listado de elementos que implementan las condiciones de contorno de cada variable, indicando el tipo de elemento, su valor y los nudos de conexión
- Listado de variables a imprimir
- Sentencias de opciones de simulación

El archivo, pues, está encabezado por el nombre que lo identifica y, opcionalmente, una descripción no limitada del problema a que se refiere. Ejemplo de encabezamiento:

```
** Problemas de flujo y transporte de calor
** Aguas subterráneas. Problemas geotérmicos
** Ejemplo 1.
** Problema de Elder (benchmark problema)
** Parámetros y características físicas originales del problema
** Elder extendido.cir
** Difusividad y permeabilidad anisótropas
** Estudio de las influencias de los coeficientes de anisotropía
```

La sección siguiente del archivo de texto está formada por un listado de las variables que usa. Éstas se refieren a los parámetros físicos (conductividades hidráulicas, permeabilidades, viscosidades, conductividades térmicas, calores específicos y porosidad), parámetros geométricos del problema (longitudes del medio), parámetros asociados a las condiciones de contorno (temperaturas de referencia y valores de la función de corriente) y tamaño de las celdas de cada capa (ancho y alto). La denominación de estas variables, que toman el valor dado en la especificación del problema o lo deducen de los datos de entrada si están definidas mediante operaciones matemáticas, es una abreviatura de su nombre completo con objeto de identificarlas fácilmente. El siguiente cuadro muestra un ejemplo de listado de variables (las líneas que comienzan con asterisco ‘*’ son comentarios de aclaración para el usuario):

```
* Valor global de la viscosidad
.PARAM Viscosity = 0.001
* Constante de gravitacion universal
.PARAM Gravity = 9.81
.PARAM FluidDensityChange = 25
* Alto total del modelo
.PARAM TotalHeight = 1
.PARAM capa_PermeabilityX = 1.0204E-09
.PARAM capa_PermeabilityY = 1.0204E-09
.PARAM capa_thermal conductivityX = 100
.PARAM capa_thermal conductivityY = 150
.PARAM capa_DiffusivityX = 1.8857E-05
```



```
.PARAM capa_DiffusivityY = 1.8857E-05
.PARAM capa_Porosity = 0.35
.PARAM capa_Width = 0.04
.PARAM capa_Height = 0.04
```

El tercer bloque define los subcircuitos. Cada par de ellos, asociados a la misma posición, se corresponden con celdas de una misma capa; diferentes capas (de diferentes propiedades) tienen distintos subcircuitos. La primera línea define el nombre del subcircuito seguido de la numeración de nodos internos del mismo. En problemas 2-D, como los que nos ocupan, los nudos son 6 (izquierdo, derecho, inferior, superior, central y masa, por este orden). Los componentes que contiene para el caso general suelen ser cuatro resistencias correspondientes a los términos lineales de las EDP, dispuestas simétricamente en la celda, un condensador conectado entre el centro de la celda y el nudo de referencia para implementar el término de almacenamiento de las EDP, más los generadores controlados de corriente para implementar los términos no lineales y/o acoplados. Los valores se escriben directamente mediante números o mediante expresiones de las funciones de los parámetros de los que dependen; para el caso de generadores controlados estas expresiones vienen encerradas entre llaves. La sentencia ‘.ENDS nombre de la capa’ cierra la especificación del subcircuito. Ejemplo de descripción de subcircuitos del problema de Henry en el que un mismo subcircuito con 11 nudos externos define tanto los componentes de la ecuación de transporte como los de la ecuación de flujo:

```
**
* Circuito capa (capa)
.SUBCKT capa 1 2 4 5 3 7 8 10 11 9 6
* Temperatura
Cc 3 6 {(capa_Porosity) IC=0}
Rcx1 1 3 {(capa_Width^2/2) / (capa_Porosity * capa_DiffusivityX)}
Rcxr 3 2 {(capa_Width^2/2) / (capa_Porosity * capa_DiffusivityX)}
Rcyl 4 3 {(capa_Height^2/2) / (capa_Porosity * capa_DiffusivityY)}
Rcyr 3 5 {(capa_Height^2/2) / (capa_Porosity * capa_DiffusivityY)}
Gc1 3 6 VALUE = { ( V(10,11) * V(1,2) ) / (capa_Width * capa_Height) }
Gc2 6 3 VALUE = { ( V(8,7) * V(5,4) ) / (capa_Height * capa_Width) }
* Función de corriente
Rsxl 7 9 {(capa_Width^2)/2}
Rsxr 9 8 {(capa_Width^2)/2}
Rsyl 10 9 { (capa_PermeabilityX / capa_PermeabilityY) * (capa_Height^2)/2 }
Rsyr 9 11 { (capa_PermeabilityX / capa_PermeabilityY) * (capa_Height^2)/2 }
Gs 6 9 VALUE = { (capa_PermeabilityY * Gravity * FluidDensityChange * V(1,2)) / (Viscosity *
capa_Width) }
.ENDS capa
**
```

Un cuarto bloque se refiere al listado de interconexión entre subcircuitos (o celdas) en el que aparece el número total de subcircuitos existentes (perteneciente a alguno de los ya definidos en el bloque anterior) y la interconexión entre ellos con arreglo a la numeración de nodos ya explicada. Cada subcircuito contiene cuatro nudos externos para cada variable que se escriben en el orden nudo izquierdo, nudo derecho (que terminan en la letra ‘y’), nudo inferior, nudo superior (que terminan en la letra ‘x’) y nudo central o masa, común a las dos variables. A esta nomenclatura hay que añadir, como se ha dicho, una última letra para definir si se trata de un subcircuito de la variable concentración, letra ‘c’, o uno de la variable función de corriente, letra ‘s’. A continuación se escribe el nombre del subcircuito. El listado se organiza por bloques de subcircuitos correspondientes a la misma columna vertical, siguiendo un orden desde la primera columna hasta la última. Ejemplo de listado de interconexión para un total de 50 (horizontales)×25(vericales) celdas o subcircuitos:

**

* Listado de interconexion entre celdas 1

X0101 0101yc 0201yc 0101xc 0102xc 0101c 0101ys 0201ys 0101xs 0102xs 0101s 0 capa
X0102 0102yc 0202yc 0102xc 0103xc 0102c 0102ys 0202ys 0102xs 0103xs 0102s 0 capa
X0103 0103yc 0203yc 0103xc 0104xc 0103c 0103ys 0203ys 0103xs 0104xs 0103s 0 capa
X0104 0104yc 0204yc 0104xc 0105xc 0104c 0104ys 0204ys 0104xs 0105xs 0104s 0 capa

... ..

X0201 0201yc 0301yc 0201xc 0202xc 0201c 0201ys 0301ys 0201xs 0202xs 0201s 0 capa
X0202 0202yc 0302yc 0202xc 0203xc 0202c 0202ys 0302ys 0202xs 0203xs 0202s 0 capa
X0203 0203yc 0303yc 0203xc 0204xc 0203c 0203ys 0303ys 0203xs 0204xs 0203s 0 capa

--- ---

X5022 5022yc 5122yc 5022xc 5023xc 5022c 5022ys 5122ys 5022xs 5023xs 5022s 0 capa
X5023 5023yc 5123yc 5023xc 5024xc 5023c 5023ys 5123ys 5023xs 5024xs 5023s 0 capa
X5024 5024yc 5124yc 5024xc 5025xc 5024c 5024ys 5124ys 5024xs 5025xs 5024s 0 capa
X5025 5025yc 5125yc 5025xc 5026xc 5025c 5025ys 5125ys 5025xs 5026xs 5025s 0 capa

**

El siguiente bloque es el correspondiente a las condiciones de contorno de las celdas sometidas a esta condición. En modelos 2-d los contornos son los bordes izquierdo, derecho, superior e inferior del modelo más los bordes correspondientes a los huecos dentro del medio, caso de que existan. Los componentes que implementan estas condiciones, siguiendo una numeración ordenada, se especifican uno a uno. Dado que las líneas de programa tienen un número limitado de dígitos, es frecuente que el listado se separe en bloques de variables ocupando un gran número de líneas. El siguiente ejemplo corresponde a las condiciones del problema de Henry:

**

* Listado de condiciones de contorno para el subcircuito Concentración (c)

**

* Superior

RSuperior0c 0126xc 0 1E+15
RSuperior1c 0226xc 0 1E+15
RSuperior2c 0326xc 0 1E+15
RSuperior3c 0426xc 0 1E+15

... ..

RSuperior47c 4826xc 0 1E+15
RSuperior48c 4926xc 0 1E+15
RSuperior49c 5026xc 0 1E+15

**

* Inferior

RInferior0c 0101xc 0 1E+15
RInferior1c 0201xc 0 1E+15
RInferior2c 0301xc 0 1E+15

... ..

RInferior48c 4901xc 0 1E+15
RInferior49c 5001xc 0 1E+15

**

* Izquierda

VIzquierda0c 0101yc 0 0
VIzquierda1c 0102yc 0 0
VIzquierda2c 0103yc 0 0

... ..

```
VIzquierda22c 0123yc 0 0
VIzquierda23c 0124yc 0 0
VIzquierda24c 0125yc 0 0
**
* Derecha
VDerecha0c 5101yc 0 1
VDerecha1c 5102yc 0 1
VDerecha2c 5103yc 0 1
... ..
VDerecha23c 5124yc 0 1
VDerecha24c 5125yc 0 1
**
* Listado de condiciones de contorno para el subcircuito Función de corriente (s)
**
* Superior
VSuperior0s 0126xs 0 6.6000000515487E-05
VSuperior1s 0226xs 0 6.6000000515487E-05
VSuperior2s 0326xs 0 6.6000000515487E-05
... ..
VSuperior48s 4926xs 0 6.6000000515487E-05
VSuperior49s 5026xs 0 6.6000000515487E-05
**
* Inferior
VInferior0s 0101xs 0 0
VInferior1s 0201xs 0 0
VInferior2s 0301xs 0 0
... ..
VInferior47s 4801xs 0 0
VInferior48s 4901xs 0 0
VInferior49s 5001xs 0 0
**
* Izquierda
RIzquierda0s 0101ys 0 1E+15
RIzquierda1s 0102ys 0 1E+15
... ..
RIzquierda23s 0124ys 0 1E+15
RIzquierda24s 0125ys 0 1E+15
**
* Derecha
RDerecha0s 5101ys 0 1E+15
RDerecha1s 5102ys 0 1E+15
... ..
RDerecha23s 5124ys 0 1E+15
RDerecha24s 5125ys 0 1E+15
**
```

El bloque en el que se listan las variables, cuyos resultados de simulación se desean obtener en forma tabulada en el archivo “.out”, constituye la siguiente sección del archivo de texto del modelo. Por defecto, siempre se solicita la impresión de la tensión, tanto del circuito de concentraciones como del circuito de funciones de corriente, en todos los centros de las celdas durante el transitorio, de acuerdo con el intervalo de

tiempo solicitado para la impresión. Cualquier otro valor que desee ser tabulado debe solicitarse añadiendo al archivo las sentencias adecuadas. Para un modelo de 50×25 celdas el listado que aparece por defecto es el siguiente:

* Listado de variables a imprimir

**

.PRINT TRAN V(0101c,0)

.PRINT TRAN V(0102c,0)

... ..

.PRINT TRAN V(5024c,0)

.PRINT TRAN V(5025c,0)

... ..

.PRINT TRAN V(0102s,0)

.PRINT TRAN V(0103s,0)

... ..

.PRINT TRAN V(4920s,0)

.PRINT TRAN V(4921s,0)

**

El último bloque contiene un grupo de sentencias fijas. La que define la ventana del transitorio de tiempos de la simulación, ya introducidos al diseñar el modelo, sentencia “.TRAN”; la asociada a la precisión requerida en los cálculos, sentencia “.OPTIONS RELTOL”; la que define el número de dígitos con que se presentan los resultados tabulados, sentencia “.OPTIONS NUMDIG”; la que activa el entorno gráfico de PSpice, sentencia “.PROBE” y, finalmente, la sentencia de cierre del archivo modelo, “.END”. Un ejemplo de estas sentencias es:

**

.TRAN 500 40000 0 UIC

.OPTIONS RELTOL 1E20

.OPTIONS NUMDGT 5

.PROBE

.END

**

El primero de los valores de la sentencia .TRAN define el intervalo de tiempo de impresión de los datos tabulados de salida, el segundo valor se refiere al tiempo total solicitado en la simulación y el tercero al valor a partir del cual se imprimen los resultados.

5.6. Pantallas de presentación de resultados

Como mencionamos en 5.3, una vez creado el archivo de modelo su ejecución es inmediata pulsando el botón “Simulate” de la pantalla “Simulation”, *figura 5.20*, que aparece al pulsar el botón ‘Generate CIR’ o ‘Generate and process’ de la pantalla principal, Esta acción arranca PSpice y ejecuta el modelo presentando la pantalla que muestra La *figura 5.22*.

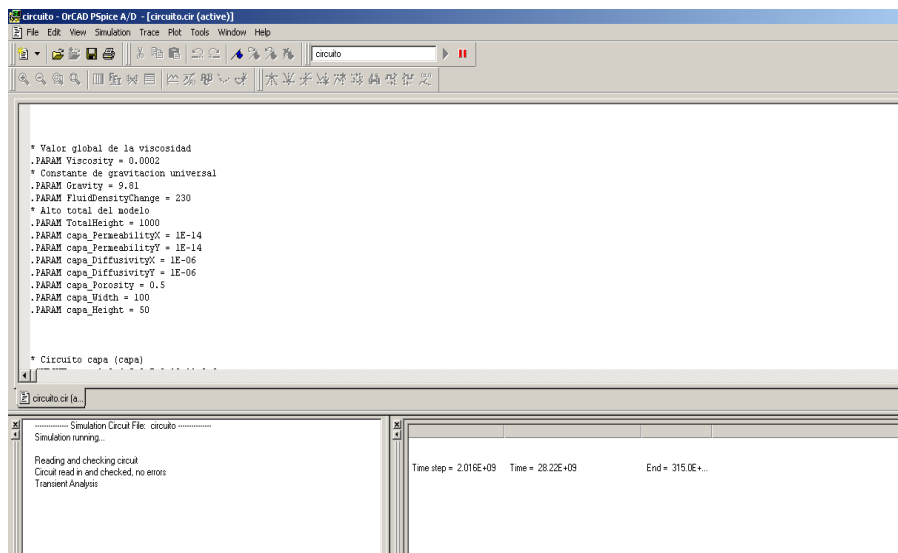


Figura 5.22. Pantalla de Pspice con información del proceso de simulación (de Manual FAHET).

Es importante recordar que FAHET trabaja los decimales con punto y no con coma. En panel de control, en configuración regional y de idioma debes cambiar esta opción si al simular con Pspice aparece un mensaje de error en la pantalla de Pspice. El entorno de Pspice, *figura 5.22*, contiene tres zonas separadas: la superior, donde se muestra el archivo de texto del modelo en ejecución; la inferior izquierda que proporciona información de los posibles errores del modelo (caso de no convergencia o errores en el circuito) y la inferior derecha donde se muestra el intervalo temporal de la simulación y el tiempo de paso de la misma, así como el porcentaje de tiempo simulado. El programa PSpice varía continuamente el tiempo de paso de simulación, de acuerdo con la tendencia uniforme o cambiante de los resultados actuales, para reducir al máximo (sin merma de la precisión especificada por el programador para los resultados numéricos) los tiempos de computación totales. Si se ha incluido la opción de presentación de resultados en el entorno gráfico de Pspice (sentencia “.PROBE”), una vez finalizada la simulación FAHET muestra directamente este entorno, *figura 5.23*, que consiste en una cuadrícula vacía cuyo eje horizontal muestra una escala de tiempos cuya extensión es la del transitorio y cuyo eje vertical, de momento sin escala, contendrá los valores numéricos de la variable solicitada (concentraciones, funciones de corriente, flujos, etc.).

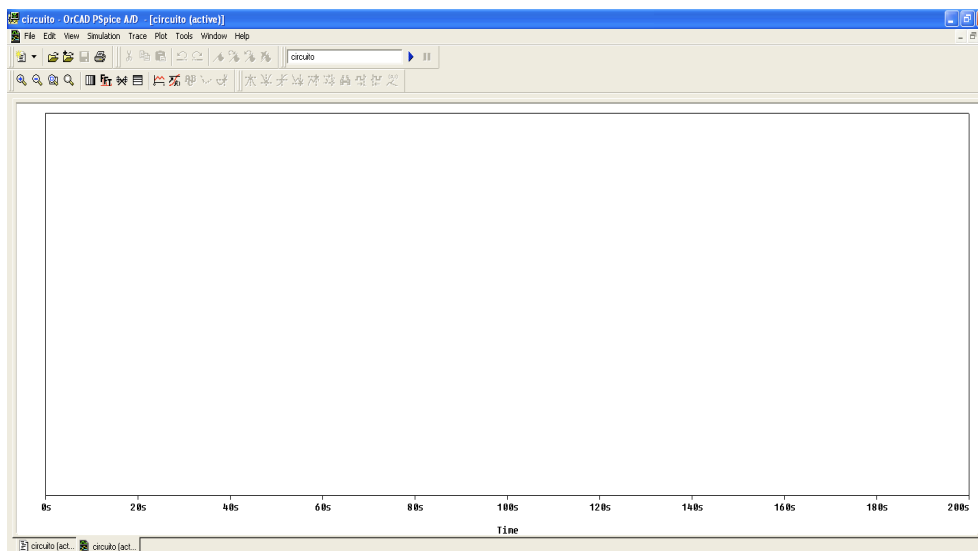


Figura 5.23. Entorno gráfico PSpice (de Manual FAHET).

Esta misma pantalla puede abrirse durante el transitorio para observar los resultados parciales y continuos de alguna variable mediante la opción 'VIEW' + 'SIMULATION RESULTS' (Figura 5.24) seguida de la opción 'TRACE' + 'ADD TRACE' (figura 5.25). Al pulsar este último botón se accede a un listado de todas las variables (figura 5.26) en donde se selecciona aquellas que queremos presentar durante la simulación o al final de la misma. La opción 'VIEW' + 'SIMULATION RESULTS' es una herramienta interesante en tanto que si tenemos una idea de los resultados o su tendencia podemos permitir la continuación del cálculo o abortarlo para ahorrarnos la simulación de un modelo mal diseñado. La escala vertical tiene siempre unidades de voltios V o amperios A, que hemos de traducir directamente por concentración o función de corriente y por flujos de calor y de fluido según el subcircuito del que se trate. El final de la simulación se muestra, en el propio entorno de Pspice, la pantalla de la figura 5.27.

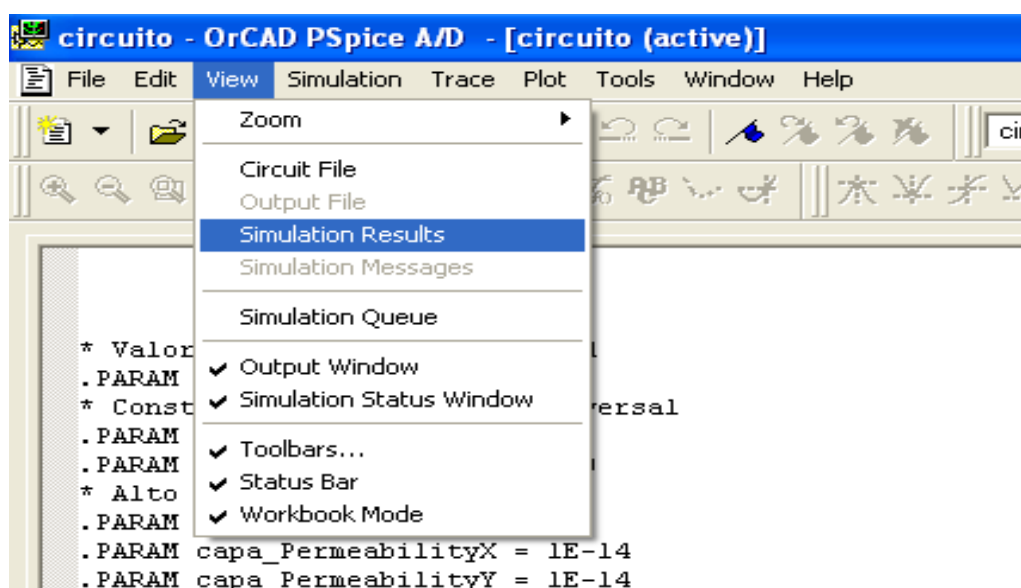


Figura 5.24. Opción 'VIEW' + 'SIMULATION RESULTS' para visualizar progresivamente los resultados numéricos (de Manual FAHET).

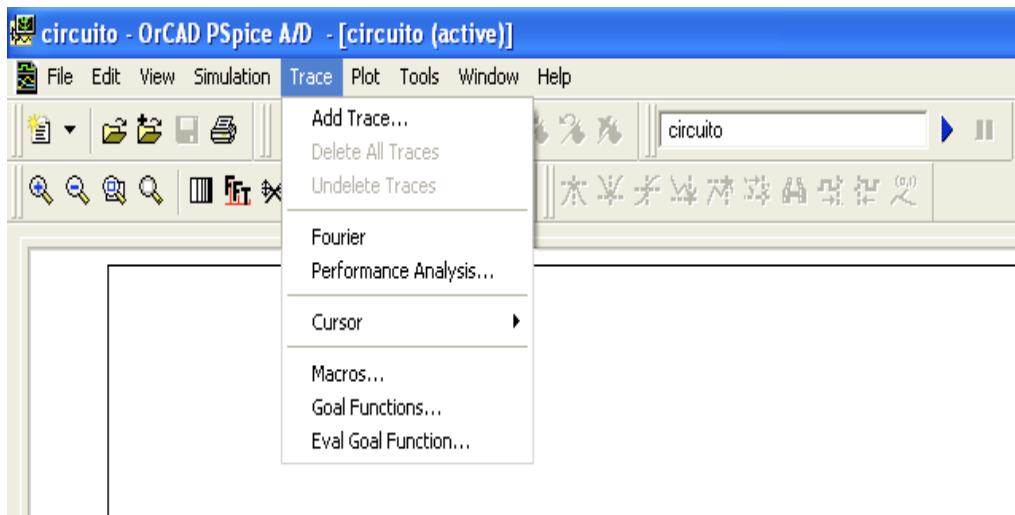


Figura 5.25. Opción 'TRACE' + 'ADD TRACE' para seleccionar las variables que queremos representar (de Manual FAHET).

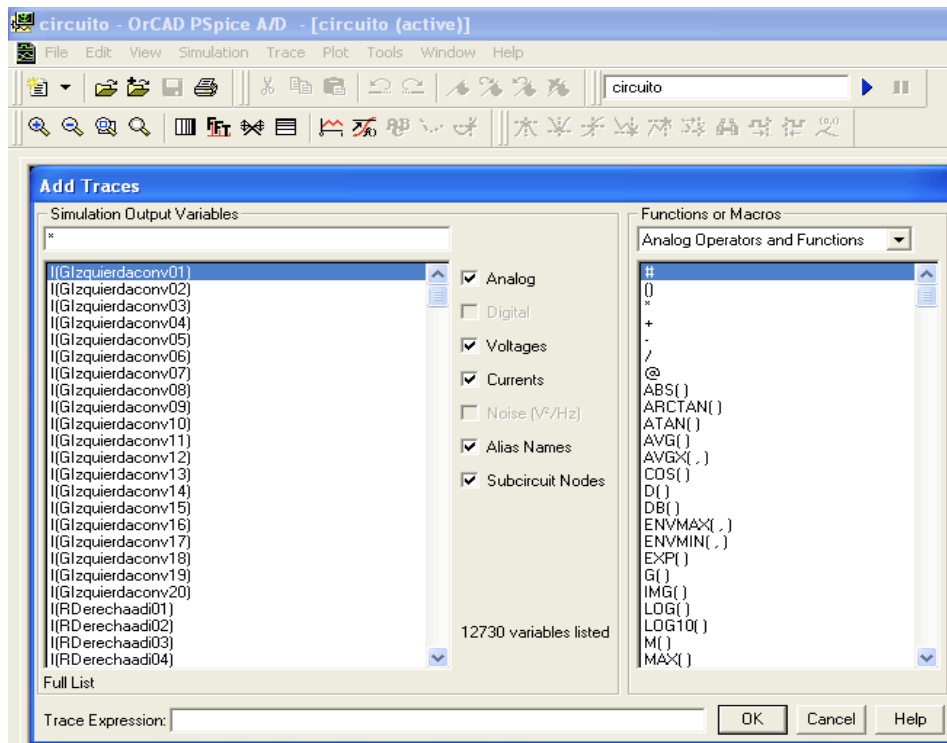


Figura 5.26. Listado de todas las variables del problema (de Manual FAHET).

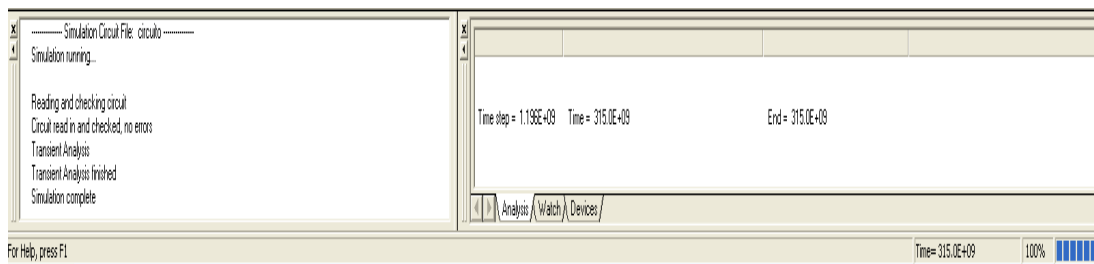


Figura 5.27. Pantalla del entorno de Pspice indicando el final de la simulación (de Manual FAHET).

Las posibilidades del entorno gráfico de PSpice son enormes y pueden consultarse en el manual del programa. Así, por ejemplo, permite representar simultáneamente o por separado los entornos gráficos de distintos modelos y ajustar el tamaño de las pantallas para poder comparar sus resultados; permite implementar un puntero que, al desplazarse, muestra en un cuadro auxiliar el valor numérico cambiante de la variable respecto a una referencia dada.

No se pueden mezclar (por motivos de escala), en un mismo gráfico, variables potenciales y de flujo, pero podemos añadir nuevos ejes a la misma figura por medio de la opción ‘PLOT’ + ‘ADD PLOT’ en la misma pantalla, y seleccionar en cada eje la variable adecuada. También, es posible hacer operaciones entre variables para representar una combinación lineal o no de variables, por ejemplo obtener directamente flujos totales de concentración, diferencias de función de corriente entre dos nodos, etc. Los operadores que admite para formar funciones con las variables concretas se muestran en la misma *figura 5.26* (zona derecha) y, como puede verse, se trata de un abanico completo de operadores.

El uso de opciones avanzadas permite representar en el entorno PSpice los resultados simultáneos de una variable para todos los valores del parámetro elegido (siempre que se haya usado esta opción en el diseño del modelo). También es posible, mediante el botón ‘Append’ del desplegable del botón ‘File’ de la regleta del entorno gráfico de PSpice (parte superior de la *figura 5.25*), representar simultáneamente resultados de una misma variable perteneciente a modelos diferentes con objeto de comparar soluciones de modelos del mismo tipo o problema. Estas representaciones son muy útiles para el diseño y optimización de escenarios diferentes.

No obstante lo anterior, la forma en que PSpice presenta los resultados en su entorno gráfico está limitada en parte, pues solo es capaz de presentar el transitorio de una variable o de un conjunto de variables. No existe la posibilidad de mostrar representaciones instantáneas de un grupo de variables correspondientes a un mismo modelo (por ejemplo perfiles de concentración o flujos de calor) ni otro tipo de representaciones 2-D, opción que sí integra FAHET como veremos a continuación.

La *figura 5.28* muestra una representación de variables típica del entorno de PSPICE. El color negro de fondo desaparece al transportar el gráfico al procesador de texto mediante las rutas de las *figuras 5.29* y *5.30* que permiten elegir nuevos colores para la pantalla (opción ‘cambio de colores’). La *figura 5.31* muestra el entorno Pspice una vez transportada al procesador Word.

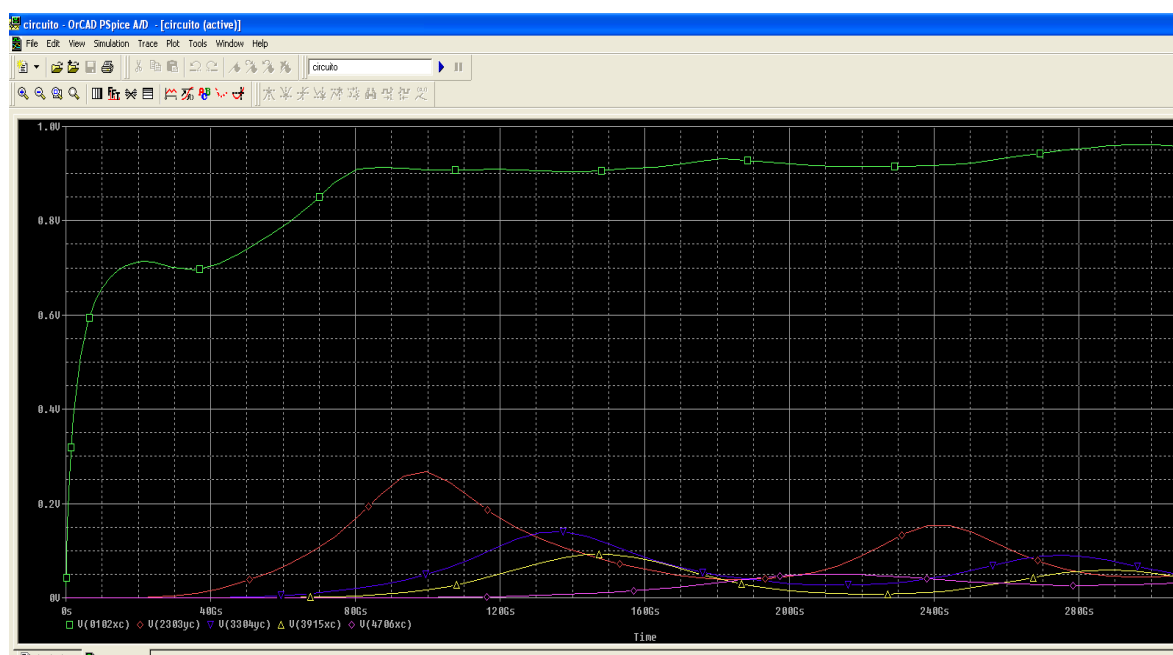


Figura 5.28. Representación de variables en el entorno gráfico de Pspice (de Manual FAHET).

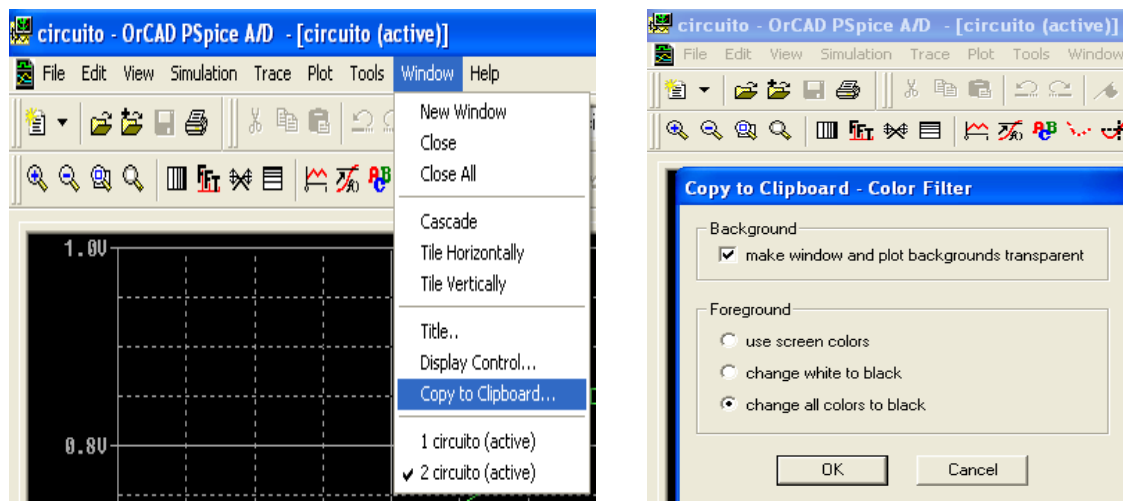


Figura 5.29. Ruta para transportar la información, figura 5.30. Opciones de cambio de colores gráfica de Pspice (de Manual FAHET).

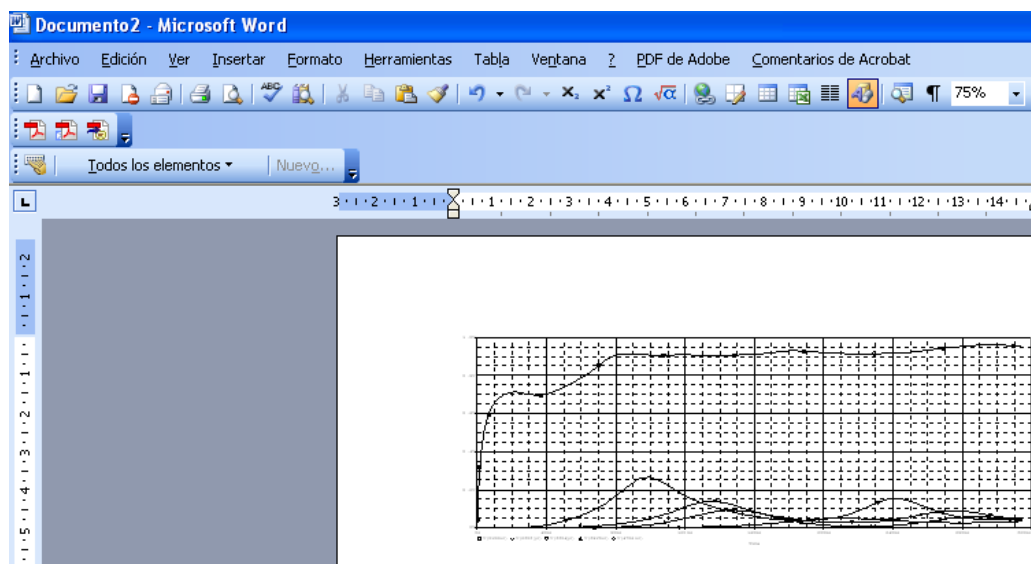


Figura 5.31. Pantalla de Pspice con fondo claro (de Manual FAHET).

Los resultados tabulados pueden obtenerse, desde PSpice o bien desde Word, en el archivo de salida de extensión “.out” que se crea tras la simulación. Este archivo, en el que también aparece al principio del mismo todos los fallos de diseño del archivo de texto del modelo (cuando no se puede simular éste) contiene ordenadamente un listado de todas las variables de las que se ha solicitado información tabulada mediante la sentencia ‘.PRINT TRAN’. En columnas, se muestra el valor de la variable en cada instante, en los intervalos de tiempo especificados por la sentencia ‘.TRAN’. Estos resultados pueden transportarse fácilmente (copiar y pegar) a una hoja de cálculo para su manipulación y con ellos elaborar nuevas representaciones gráficas de perfiles, curvas de concentración constante, etc. Un ejemplo de este listado para la variable concentración en los nodos (0101) y (0204) se muestra en La figura 5.32 donde el intervalo de tiempo de paso es de 0.01 s.

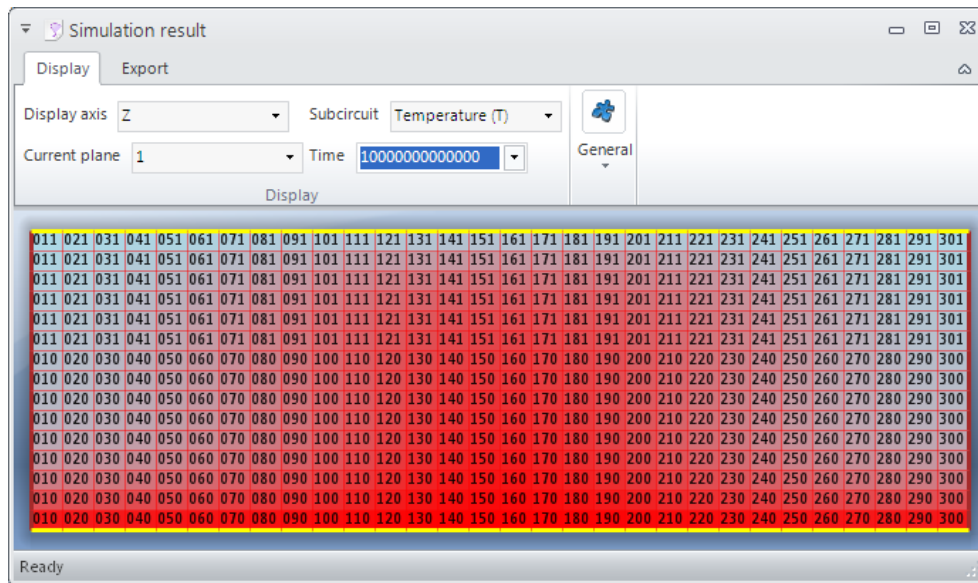


Figura 5.34. Pantalla de procesado de malla para la manipulación con MATLAB (de Manual FAHET).

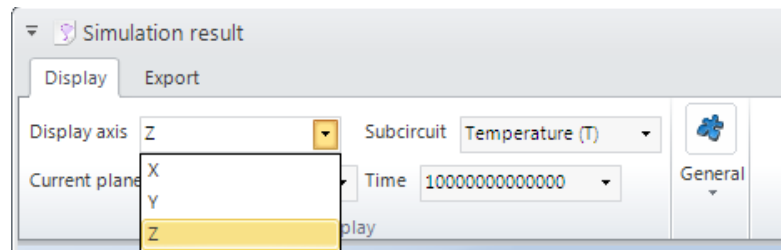


Figura 5.35. Opciones de visualización (de Manual FAHET).

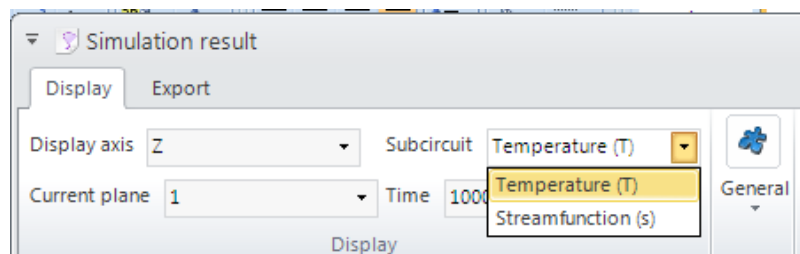


Figura 5.36. Pantalla de selección de variables (de Manual FAHET).

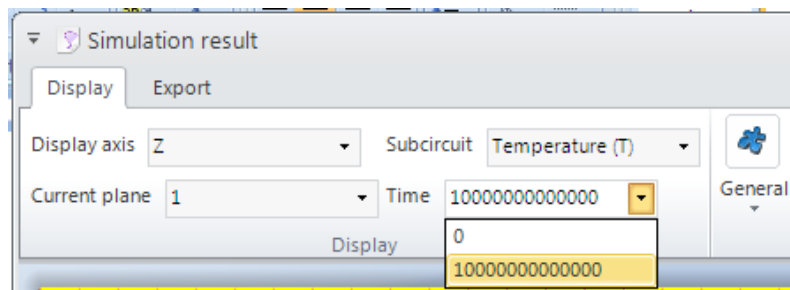


Figura 5.37. Pantalla de selección del tiempo a representar dentro del transitorio (de Manual FAHET).

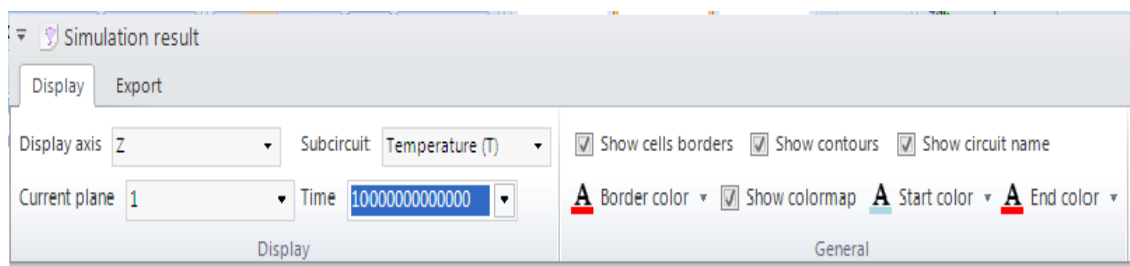


Figura 5.38. Opciones añadidas de representación gráfica (de Manual FAHET).

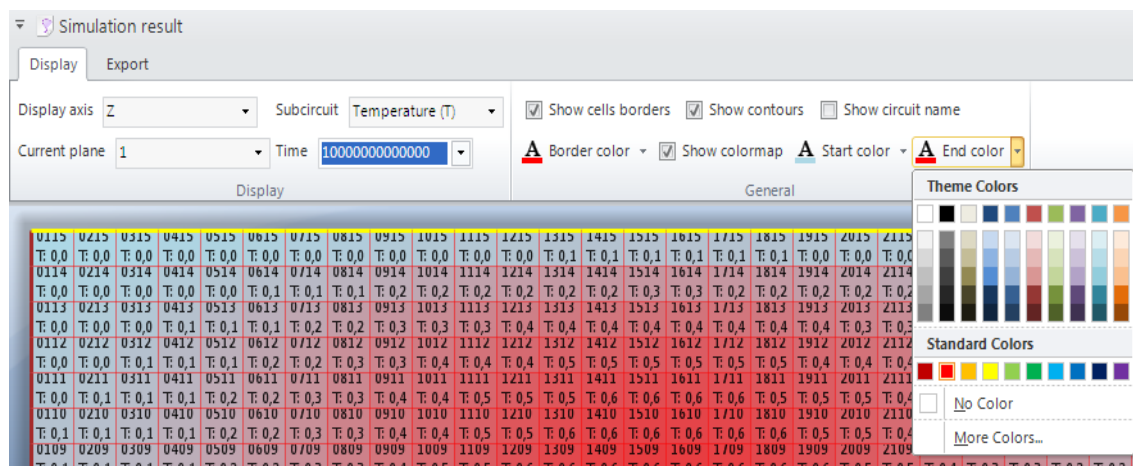


Figura 5.39. Opciones de color de representación gráfica (de Manual FAHET).

Ejecutada la simulación lo más conveniente es guardar el archivo de datos ‘.out’ creado por Pspice, que contiene toda la información de entrada del procesado de malla. El botón ‘Save out’ de la pantalla ‘Simulation results → Export’ permite realizar esta operación, figura 5.40. Por defecto, este archivo se guarda en la misma carpeta donde se encuentra el modelo. El archivo ‘Save DAT’ sólo es útil para representar gráficas en el entorno Pspice y ocupa una gran cantidad de memoria por lo que no suele guardarse.

El botón ‘Generate .m’ presenta la ruta de acceso para guardar el gráfico Matlab que se va a crear. Existen diversas opciones (botón ‘Opciones’) de representación (figura 5.41): ‘Fill contours’, para presentar las regiones entre isolíneas con distinta coloración; ‘Grayscale image’ para eliminar los colores; ‘Show legend’, para incluir la leyenda de las líneas y tiempos representados, y ‘Define contour lines’, para especificar las líneas requeridas (por defecto, se presentan un número típico de líneas entre los valores máximo y mínimo definidos en las condiciones de contorno), Figura 5.42. Para ver la Figura generada se pulsa el botón ‘Generar gráfico Matlab’. Esta acción arranca Matlab y procede a la generación del gráfico, que se presenta automáticamente al cabo de unos pocos segundos en el formato seleccionado por ‘Opciones’.

La figura 5.43a-d muestra cuatro gráficos típicos (en blanco y negro y color), con la leyenda, de isolíneas de temperatura y funciones de corriente.

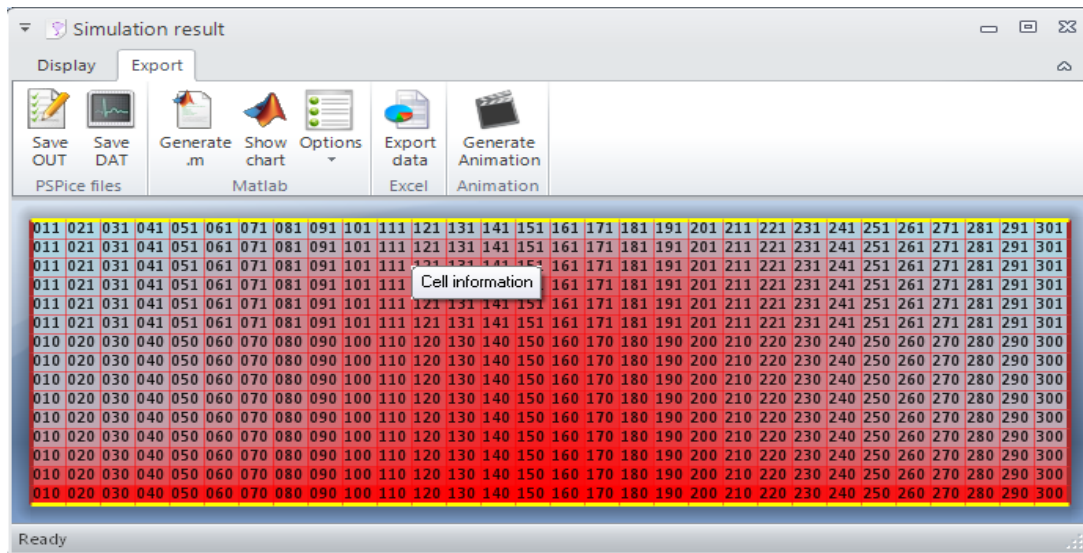


Figura 5.40. Pantalla de FAHET una vez simulado el modelo para el procesamiento de la malla (de Manual FAHET).

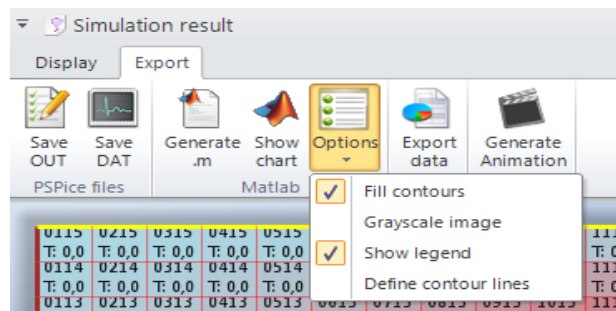


Figura 5.41. Opciones de representación gráfica de isolíneas con MATLAB (de Manual FAHET).

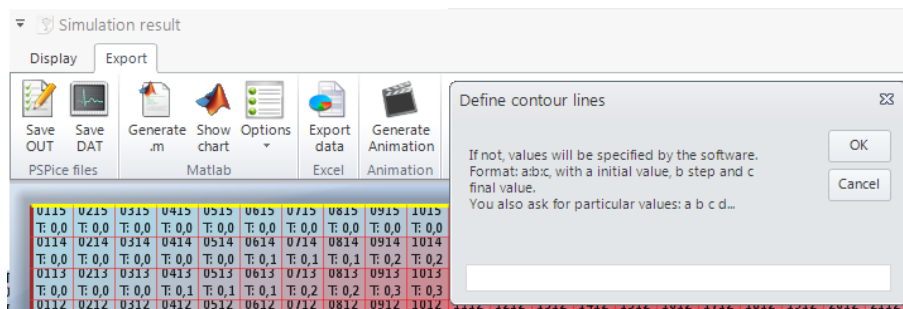
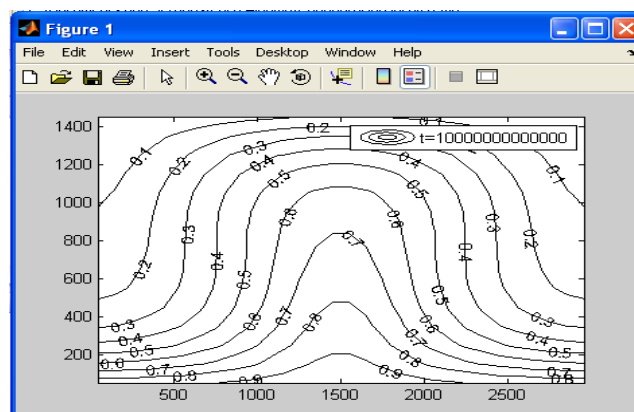


Figura 5.42. Selección de los valores de las isolíneas MATLAB (de Manual FAHET).



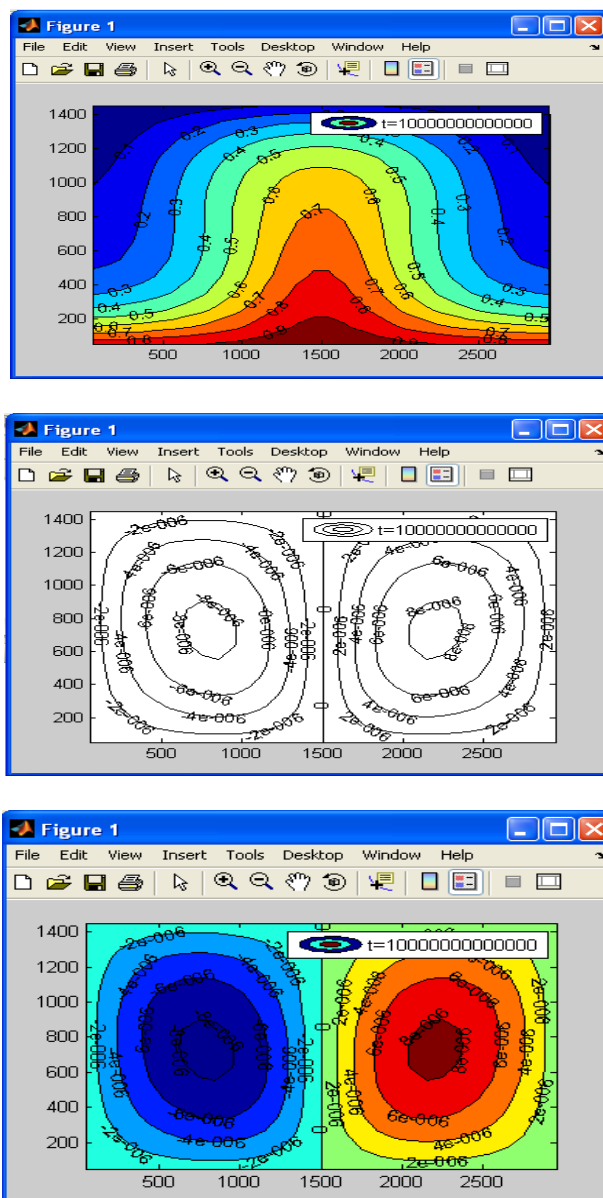


Figura 5.43. Gráficos típicos de MATLAB (de Manual FAHET).

FAHET contiene una subrutina que genera un archivo Excel con los datos de salida del archivo '.out' de Pspice (concentración o función de corriente según se haya seleccionado previamente), para su tratamiento y/o representación. Esta acción se realiza mediante el botón 'Exportar datos Excel' de la pantalla 'Simulation result → Export Data Excel', figura 5.44 que muestra la ruta para guardar este archivo.

La opción 'Generate Animation' de la pantalla 'Export' da acceso a la pantalla de La figura 5.45. FAHET puede generar animaciones en distintos formatos, figura 5.46. Se especifica el intervalo de tiempo de la animación, el retardo entre imágenes y el tamaño. El número de animaciones es el indicado en la sentencia '.TRAN' del archivo de modelo '.cir' de Pspice. Una vez seleccionadas las opciones de animación, se especifica la carpeta donde se guardará la animación, figura 5.47. La opción 'Separate Matlab Figures' permite generar la animación y representar gráficamente las imágenes generadas en la ruta especificada.

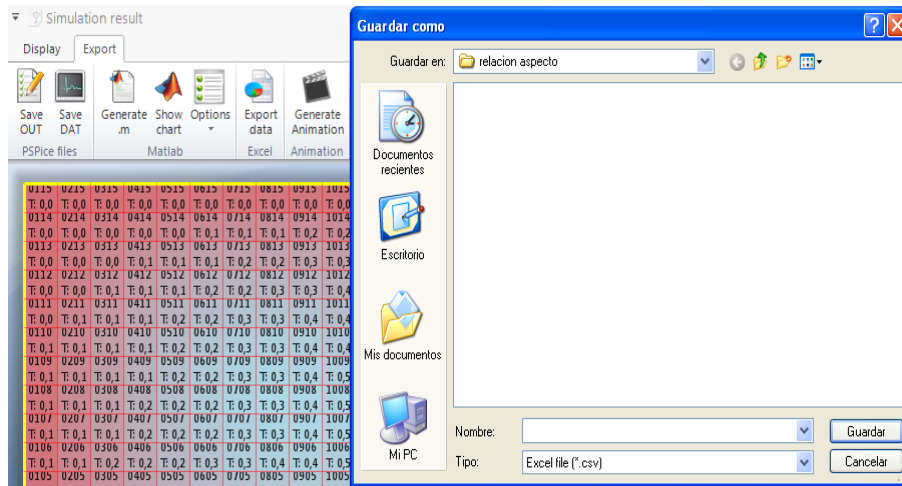


Figura 5.44. Pantalla de exportar datos a Excel (de Manual FAHET).

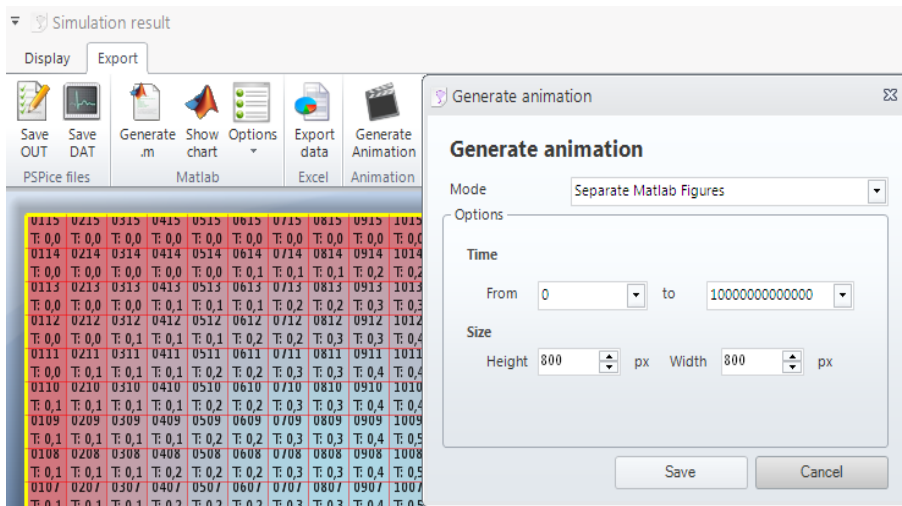


Figura 5.45. Pantalla de generar animaciones (de Manual FAHET).

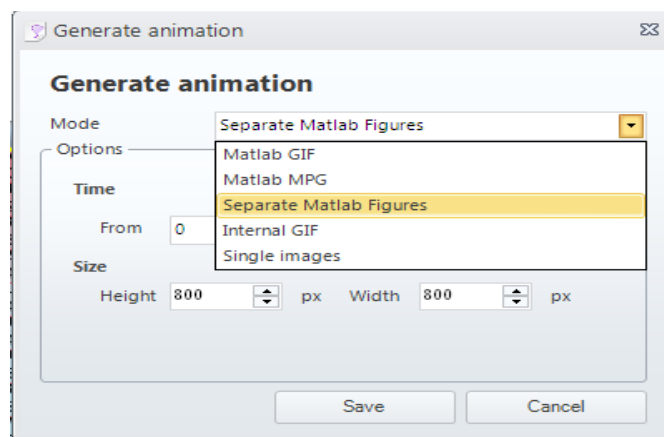


Figura 5.46. Formato de las animaciones (de Manual FAHET).

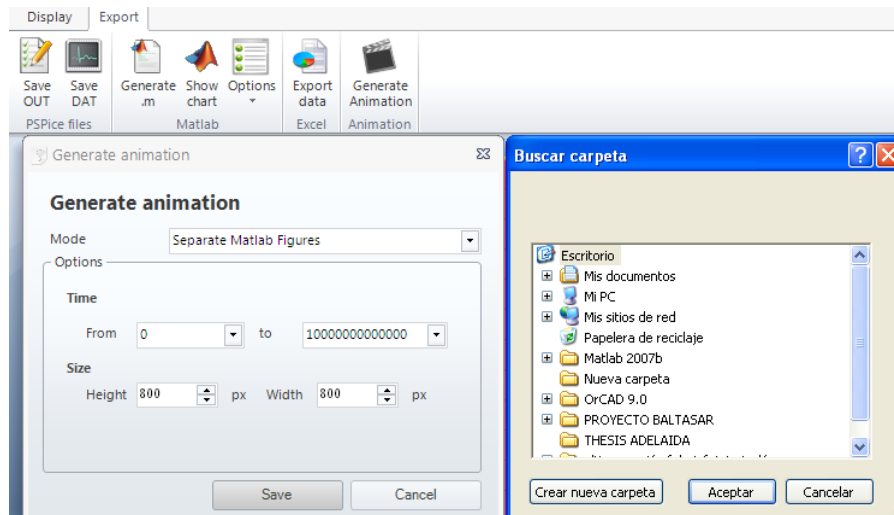


Figura 5.47. Ruta de acceso para guardar las figuras de la representación animada (de Manual FAHET).

Las figuras y animaciones Matlab ya guardadas, al abrirlas dan acceso a la pantalla Matlab de la figura 5.41. Este archivo puede manipularse si el usuario conoce el código para generar la figura guardada u otras cuyo número de isolíneas, color, etc., pueden especificarse en esta pantalla definiendo las líneas de contorno.

CAPÍTULO 6.

CAMPO DE TEMPERATURAS Y

FLUJO EN POZOS EN LAS

CERCANÍAS DE FOCOS TÉRMICOS.

IMPLEMENTACIÓN EN FAHET

CAPÍTULO 6. CAMPO DE TEMPERATURAS Y FLUJOS EN POZOS EN LAS CERCANÍAS DE FOCOS TÉRMICOS. IMPLEMENTACIÓN EN FAHET

6.1 Desarrollo del trabajo

En este capítulo presentamos distintos casos de simulación computacional realizados con ayuda de los programas FAHET y PSpice. El objetivo es encontrar las variaciones de temperatura y de flujo con el tiempo y la profundidad en el dominio de estudio, esto es, la respuesta de la reserva geotermal para las condiciones iniciales planteadas y diferentes intervalos de tiempo (curvas $T(x,z)$, $\Psi(x,z)$ para los intervalos de tiempo considerados). También se ha calculado el vector velocidad del fluido en todo el dominio para una configuración del sistema y un intervalo de tiempo dados. Para entender mejor los resultados se han montado en forma de vídeo y representado gráficamente en 3D las variaciones temporales de la temperatura y la función de flujo en todo el dominio, esto es, $T(x,z;t)$ y $\Psi(x,z;t)$.

En la *Figura 6.1.1* se muestra un esquema del trabajo experimental realizado. En la primera fila se indican las tres configuraciones geométricas consideradas para el pozo de extracción: I pozo en distintas posiciones, II pozo con distintas profundidades situado en el centro del dominio (z_p entre 27.5 m y 45 m), III pozo en el centro del dominio y con una profundidad de 27.5 m. En la segunda fila se indican las variables calculadas en cada caso.

Con la configuración I se ha calculado $T(x,z)$, $\Psi(x,z)$ en todo el dominio y $T(x=35m,z)$, $\Psi(x=35m,z)$, y su derivada con respecto a z en $x=35$ m, para los distintos intervalos de tiempo indicados; con la configuración II se ha calculado $\Psi(x,z)$ en todo el dominio para los distintos intervalos de tiempo indicados y también la función $\Psi(x=57.5\text{ m}, z_i; t)$ para las posiciones $z_i = 2.5$ m, 15 m, 30 m, 40 m, 50 m del dominio correspondientes, respectivamente, a las celdas de referencia (1901-1905-1909-1915-1920) y considerando un intervalo de tiempo para el cálculo de 5.0×10^{11} s y un incremento de tiempo de valor 5.0×10^9 s, para el caso (E). Finalmente, con la configuración III se ha estudiado el gradiente de la función de corriente para obtener el vector velocidad de las partículas de fluido en todo el dominio del reservorio geotermal, considerando el pozo de extracción en el centro del mismo, con una profundidad de 27.5 m y tomando un intervalo de tiempo de 3.2×10^{11} s.

CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA POZO DE EXTRACCIÓN		
I Pozo de extracción en distintas posiciones con profundidad 27.5 m	II Pozo de extracción con distintas profundidades situado en el centro del dominio	III Pozo de extracción con profundidad 27.5 m situado en el centro del dominio
Sin pozo (A); Pozo a la izquierda (B); Pozo en el centro (C); Pozo a la derecha (D)	27.5 m (E); 30 m (F); 40 m (G); 45 m (H)	

VARIABLES CALCULADAS		
Configuración I		Configuración II
$T(x,z)$	Intervalos de tiempo considerados: 1.0×10^{10} s, 3.0×10^{10} s, 9.0×10^{10} s, 1.2×10^{11} s, 3.2×10^{11} s, 5.0×10^{11} s	$\Psi(x,z)$
$\Psi(x,z)$		
$T(x=35m,z)$		Intervalos de tiempo considerados: 1.0×10^{10} s, 3.2×10^{11} s, 5.0×10^{11} s
$\Psi(x=35m,z)$		intervalo de tiempo: 5.0×10^{11} s
$\frac{\partial \Psi}{\partial z} \Big _{x=35m}$		incremento de tiempo: 5.0×10^9 s
		$z_i = 2.5$ m, 15 m, 30 m, 40 m, 50 m
		Caso (E)
		Configuración III
		Vector velocidad $R_{x,z}$ y sus componentes a partir de la función $\Psi(x,z)$
		Intervalo de tiempo: 3.2×10^{11} s

Fig. 6.1.1 Esquema de las distintas configuraciones de análisis con las variables calculadas en cada caso.

6.2 Características de los dominios de simulación, condiciones de frontera y datos de entrada

CONFIGURACION I: POZO EN DISTINTAS POSICIONES

El dominio, de altura 50 m y anchura 125 m, será modelado a través una malla regular, constituida por 20×50 celdas (20 celdas sobre la vertical z y 50 sobre la horizontal x), de dimensiones $\Delta x = \Delta y = 2.5$ m. Las principales características físico-químicas a implementar son la permeabilidad del subsuelo (constante en las dos direcciones x y z), su viscosidad dinámica y su difusividad térmica. Se considera una velocidad del fluido igual a 9.8×10^{-8} m/s en sentido izquierda-derecha, dos paredes laterales adiabáticas y aisladas (con valores de flujo cero y temperatura adiabática), un foco caliente en la parte baja izquierda que actúa sobre 15 celdas (con valor de temperatura adimensional constante igual a 1), una función de flujo con valor igual a cero en las cincuenta celdas inferiores, y un valor de temperatura adiabático para las restantes celdas de la parte inferior del dominio. La parte superior consta de un valor adimensional de temperatura igual a cero y una función de flujo también igual a cero. Se presentan en *figura 6.2.1* las principales características del dominio,

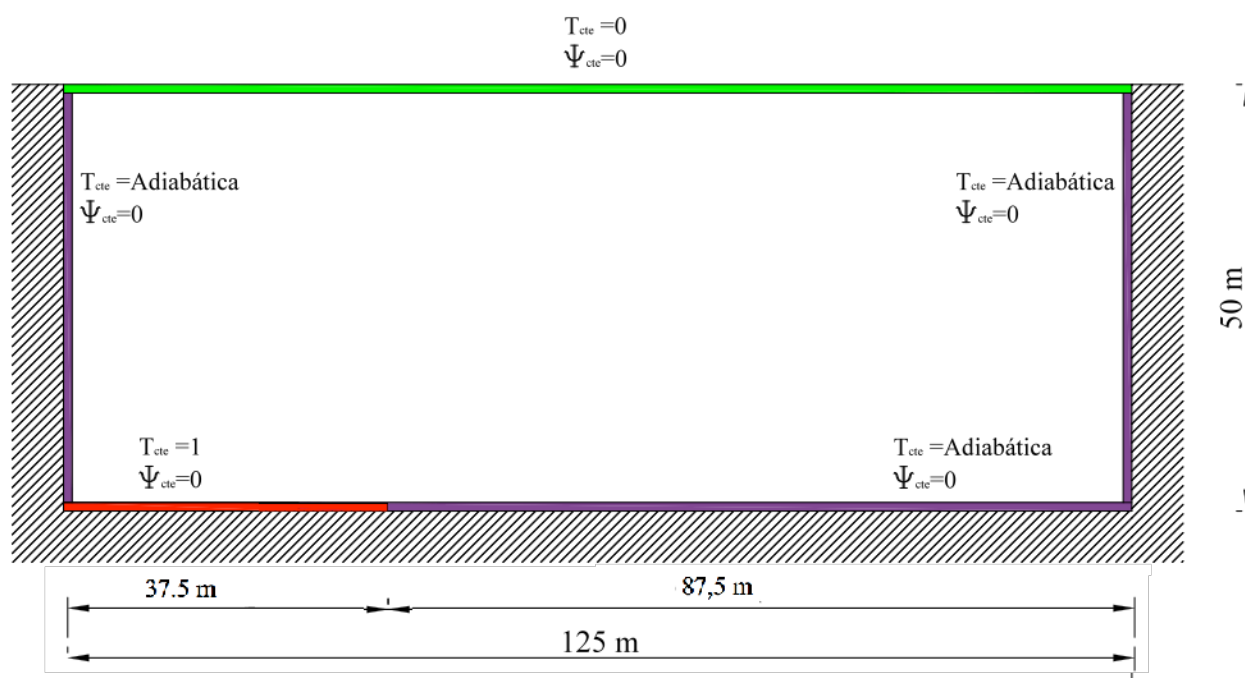


Fig. 6.2.1. Esquema del modelo físico con las condiciones de contorno.

En la *tabla 6.2.1* se muestran las características geométricas y físico-químicas del dominio de análisis.

Principales características dominio	
Altura	50 m
Anchura	125 m
Δx_{Celda}	2.5 m
Δy_{Celda}	2.5 m
Permeabilidad [x-z]	1.0^{-14} m^2
Difusividad térmica (σ) [x-z]	$1.0^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Máx. cambio de densidad del fluido ($\Delta\rho$)	200 Kg/m^3
Viscosidad dinámica (μ) [x-z]	$2.0 \times 10^{-3} \text{ Kg/m/s}$
Calor específico del fluido	4180 J/kg/K

Tabla 6.2.1. Principales características geométricas y físico-químicas del dominio de análisis.

En la figura 6.2.2 se reflejan los cuatro casos estudiados con esta configuración. x_2 , x_3 y x_4 representan la distancia desde el borde izquierdo del dominio hasta el borde del pozo. El caso A (ver figura 6.1.1) es el correspondiente al análisis sin pozo de extracción. X en color rojo indica la posición de la vertical elegida para las representaciones gráficas de $T(x,z)$ y $\Psi(x,z)$.

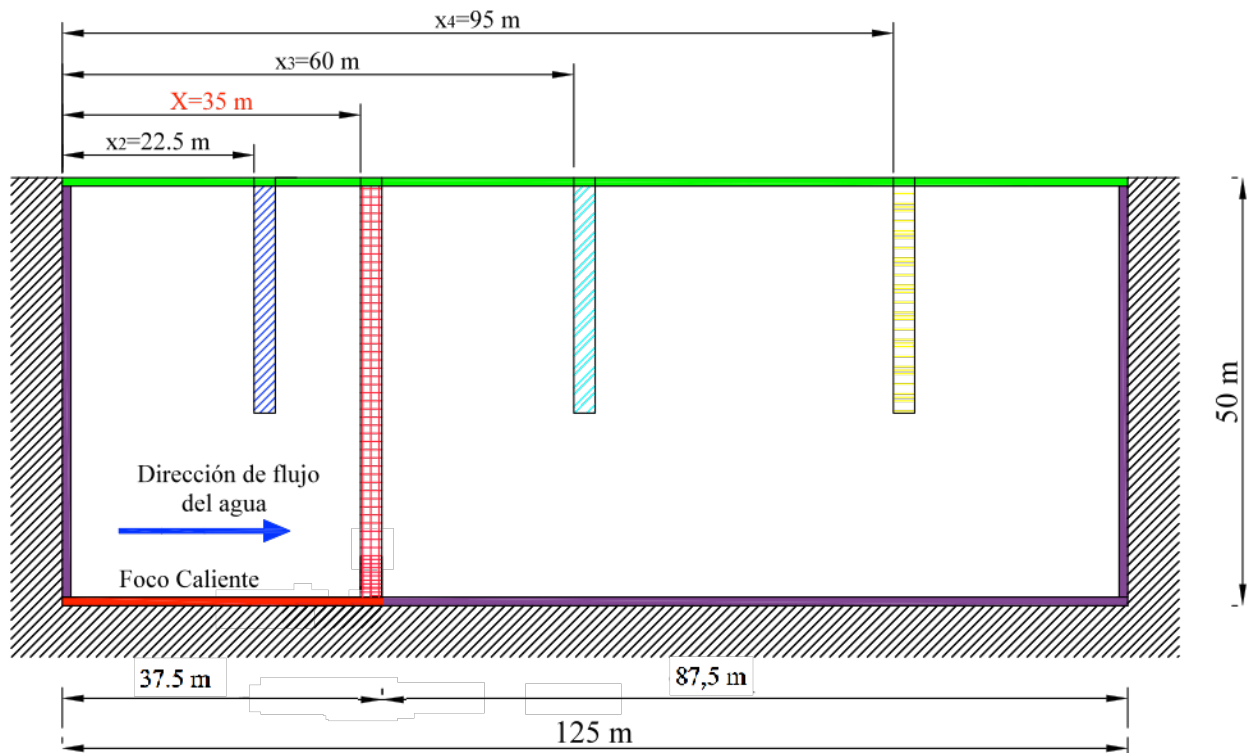


Fig.6.2.2. Casos estudiados con la primera configuración y vertical elegida para la medición (posición X).

Para el caso A (sin pozo) sólo es necesario considerar las condiciones de contorno en el borde exterior del dominio. Cuando introducimos un pozo, hay que tener en cuenta condiciones de contorno adicionales que caracterizan las discontinuidades producidas (en términos de transmisión de flujo térmico y de flujo de fluido) en el dominio de análisis: en la parte superior del pozo (coincidente con la del dominio), en los bordes derecho e izquierdo del pozo y en la celda inferior del pozo. La diferencia entre estos y el caso sin pozo reside en que en este último no consideramos la influencia que crea la presencia del pozo en términos de flujo de fluido (Ψ), principalmente en la dirección x . Para solucionar este problema, se modelan las celdas en las direcciones x y z , asignando condiciones de frontera en función de las componentes del vector de velocidad del flujo de agua \vec{v} , a partir de las cuales se puede obtener el valor del flujo correspondiente Ψ en cada cara de la celda según la siguiente expresión

$$\vec{v}_{(x,z)} = \frac{\Delta\Psi_{(x,z)}}{d_{(x,z)}} = \frac{(\Psi_i - \Psi_j)_{(x,z)}}{d_{(x,z)}}$$

Tomando una velocidad de fluido igual a 9.8×10^{-8} m/s, podemos definir para cada caso (B, C, D, E, F, G, H, y configuración III la condición de frontera según se indica en la siguiente *tabla 6.2.2*. Por tanto (ver *figura 6.2.3*), en la parte superior del dominio y en las celdas del borde izquierdo del pozo la condición de contorno de la función de flujo (Ψ_{iz}) será igual a 4.9×10^{-6} m²/s, en la celda inferior del pozo (Ψ_{po}) tomará un valor de 3.99×10^{-6} m²/s, en las celdas a la derecha y en la parte derecha-superior del modelo (Ψ_{DE}) será igual a 2.92×10^{-6} m²/s. Las restantes condiciones de frontera, en términos de temperatura, serán de paredes adiabáticas, según se indica en la *figura 6.2.1*.

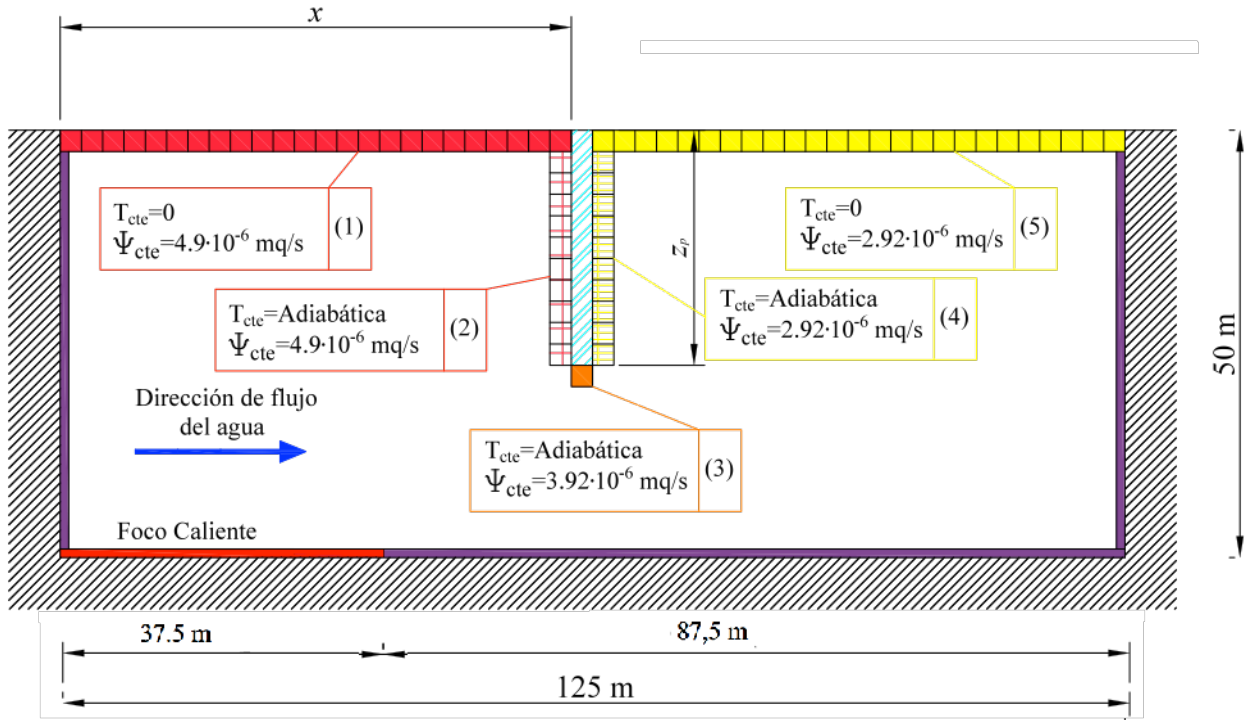


Fig. 6.2.3. Esquema del dominio con las condiciones de contorno.

Condiciones de frontera adicionales	
Ψ_{IZ}	$4.9 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Ψ_{DE}	$3.99 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Ψ_{PO}	$2.92 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Tabla 6.2.2 Condiciones de frontera adicionales.

El caudal total de agua en una celda del dominio se puede calcular a partir de la velocidad y las dimensiones de las celdas (dx y dz),

$$Q_{tot} = v \times dx \times dz$$

CONFIGURACION II: POZO CON DISTINTAS PROFUNDIDADES SITUADO EN EL CENTRO DEL DOMINIO (z_p entre 27.5 m y 45 m)

Con la segunda configuración se han estudiado las cuatro situaciones reflejadas en la figura 6.2.4. Se ha elegido para la posición del pozo el centro del dominio.

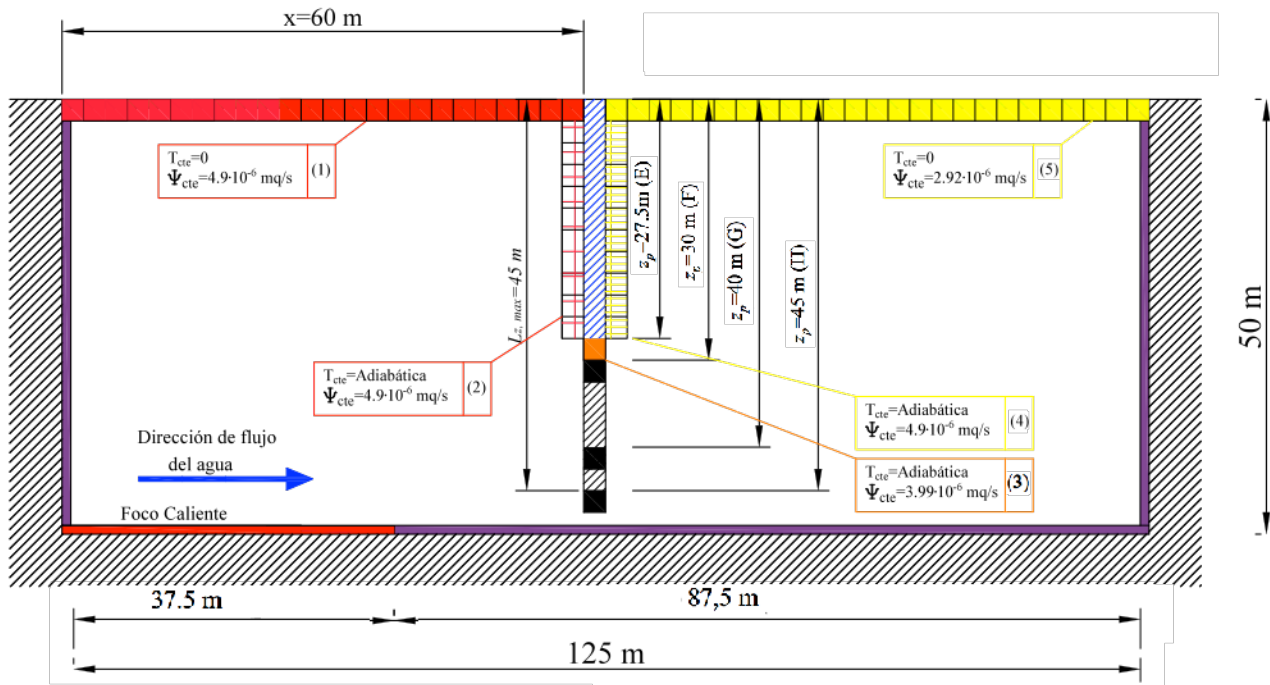


Fig. 6.2.4. Casos estudiados con la segunda configuración y esquema del dominio con las condiciones de contorno.

Como antes, el pozo implica imponer diferentes condiciones de frontera para la celdas de referencia elegidas en términos de temperatura (adiabática si la celda de referencia colinda con el pozo) y función de flujo. Las condiciones de contorno para el dominio de análisis se calculan igual que para la configuración I. En la figura 6.2.5 se individua la posición de las celdas de análisis y la profundidad del pozo para cada casos de análisis,

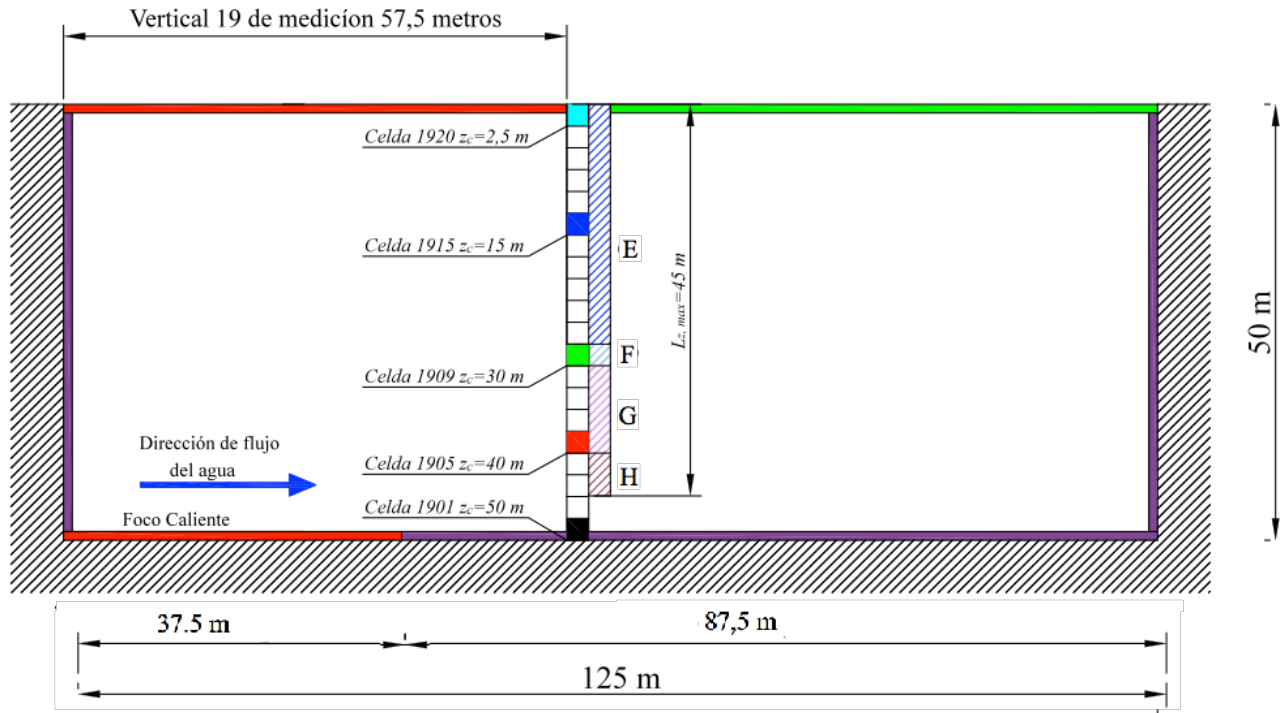


Fig. 6.2.5 Esquema del dominio indicando la posición de las celdas de referencia.

En la Tabla 6.2.3 se presenta un resumen de las condiciones de contorno para cada una de las celdas de referencia y los distintos casos estudiados. En la figura 6.2.6 a y b se presenta una pantalla que resume las condiciones de frontera de la celda 1920 (marcada en azul) situada en $z=0$ y es frontera con el pozo. Sus condiciones de frontera $T_1=0$ (para $z=0$; arriba) y $T_2=$ pared adiabática (en el borde del pozo; a la derecha).

Caso E ($z_p=27.5$ m)		
Celdas	Condiciones de contorno	
1920	T_1	0
	T_2	Adiabática
	Ψ_{DER}	$4.9 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
1915	T_{DER}	Adiabática
	Ψ_{DER}	$4.9 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
1909/05	T_{DER}	Ninguna
	Ψ_{DER}	Ninguna
1901	T_{DER}	Adiabática
	Ψ_{BAJO}	0
Caso F ($z_p=30$ m)		
1920/15/05/01	La misma de los caso anterior	
1909	T_{DER}	Adiabática
	Ψ_{DER}	$4.9 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Caso G ($z_p=40$ m)		
1920/15/09/01	La misma de los caso anterior	
1905	T_{DER}	Adiabática
	Ψ_{DER}	$4.9 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}$
Caso H ($z_p=45$ m)		
1920/ 5/ 9/05/0	La misma de los casos anteriores	

22	252	262	272	28
1a	0 1a	0 1a	0 1a	0
21	231	241	261	271
1a	9 1a	9 1a	9 1a	9
21	231	241	261	271
1a	8 1a	8 1a	8 1a	8
21	231	241	261	271
1a	7 1a	7 1a	7 1a	7
21	231	241	261	271
1a	6 1a	6 1a	6 1a	6
21	231	241	261	271
1a	5 1a	5 1a	5 1a	5
21	231	241	261	271
1a	4 1a	4 1a	4 1a	4
21	231	241	261	271
1a	3 1a	3 1a	3 1a	3
21	231	241	261	271
1a	2 1a	2 1a	2 1a	2
21	231	241	261	271
1a	1 1a	1 1a	1 1a	1
21	231	241	261	271
1a	0 1a	0 1a	0 1a	0
21	230	240	260	270

Boundary condition: Yes

- Subcircuit Temperature - Right: Adiabatic with value: 1E+15 Ω
- Subcircuit Streamfunction - Right: Constant with value: 4.90000002173474E-06 V
- Subcircuit Temperature - Top: Constant with value: 0 V
- Subcircuit Streamfunction - Top: Constant with value: 4.90000002173474E-06 V

Tabla 6.2.3. Condiciones de frontera en las celdas de referencia para los cuatro casos de análisis.

Figura 6.2.6. a-b. Celda 1920 (azul) y su condición de frontera (extrapolación de FAHET).

Finalmente, las características físico-químicas y geométricas, (permeabilidad, altura y anchura del dominio y de las celdas, etc.) son las mismas que en la configuración anterior.

CONFIGURACION III: POZO EN EL CENTRO DEL DOMINIO Y CON UNA PROFUNDIDAD DE 27.5 m.

Con la tercera configuración se ha estudiado la primera derivada espacial de la función de corriente para obtener el vector velocidad de las partículas de fluido en todo el dominio del reservorio geotermal, considerando el pozo de extracción en el centro del mismo, con una profundidad de 27.5 m y tomando un intervalo de tiempo de 3.2×10^{11} s. La variación de velocidad del agua está inducida por el cambio de densidad de la misma en lugar de por un aumento de la temperatura en el dominio de análisis.

El vector velocidad puede ser determinado a partir de la relación

$$\vec{v} = \nabla \Psi(x, z) \quad (6.1)$$

En el caso que nos ocupa, la función de corriente es una función bidimensional que podemos escribir en forma de matriz de dimensión $n \times m$ (donde n hace referencia al eje vertical y m al horizontal),

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} \Psi_{1,1} & \dots & \Psi_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_{n,1} & \dots & \Psi_{n,m} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

A partir de las ecuaciones (6.1) y (6.2) es inmediato encontrar las componentes de la velocidad del fluido según las direcciones x y z como sigue

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \simeq \frac{\Delta \Psi}{\Delta x}$$

$$v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial z} \simeq -\frac{\Delta \Psi}{\Delta z}$$

donde se ha aproximado las derivadas parciales por las diferencias incrementales.

Por otro lado, el incremento de la función Ψ según las direcciones x (horizontal) y z (vertical) viene dado por

$$\begin{aligned}\Delta\Psi|_i &= \Psi_{i+1} - \Psi_i & \forall i &= 1 \dots m \\ \Delta\Psi|_l &= \Psi_{l+1} - \Psi_l & \forall l &= 1 \dots n\end{aligned}$$

entonces

$$v_x = \frac{\Delta\Psi}{\Delta x} = \begin{bmatrix} \frac{\Psi_{1,1}}{\Delta x} & \frac{\Psi_{1,2}-\Psi_{1,1}}{\Delta x} & \cdot & \cdot & \frac{\Psi_{1,m}-\Psi_{1,m-1}}{\Delta x} \\ \frac{\Psi_{2,1}}{\Delta x} & \frac{\Psi_{2,2}-\Psi_{2,1}}{\Delta x} & \cdot & \cdot & \frac{\Psi_{2,m}-\Psi_{2,m-1}}{\Delta x} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\Psi_{n,1}}{\Delta x} & \frac{\Psi_{n,2}-\Psi_{n,1}}{\Delta x} & \cdot & \cdot & \frac{\Psi_{n,m}-\Psi_{n-1,m-1}}{\Delta x} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$v_z = -\frac{\Delta\Psi}{\Delta z} = \begin{bmatrix} \frac{\Psi_{1,1}}{\Delta z} & \frac{\Psi_{1,2}}{\Delta x} & \cdot & \cdot & \frac{\Psi_{1,m}}{\Delta z} \\ \frac{\Psi_{2,1}-\Psi_{1,1}}{\Delta z} & \frac{\Psi_{2,2}-\Psi_{1,2}}{\Delta x} & \cdot & \cdot & \frac{\Psi_{2,m}-\Psi_{1,m}}{\Delta z} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\Psi_{n,1}-\Psi_{n-1,1}}{\Delta x} & \frac{\Psi_{2,2}-\Psi_{2,1}}{\Delta x} & \cdot & \cdot & \frac{\Psi_{n,m}}{\Delta x} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

6.3 Resultados

En adelante, se presentan los resultados obtenidos para las tres configuraciones del dominio de estudio, y se resumen los principales resultados de análisis obtenidos para los diferentes casos.

6.3.1 Configuración de análisis I: pozo en distintas posiciones

En primer lugar, vamos a estudiar la distribución de temperaturas en el dominio geotérmico. En la *figura 6.3.1* se presentan las gráficas con las isolíneas de temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 1.0×10^{10} s y las distintas posiciones consideradas para el pozo de extracción (casos A, B, C y D; véase la *tabla 6.1.1*) en todo el dominio de estudio. Se puede apreciar la posición del foco caliente (entre $x=0$ y $x=37.5$ m, ver *figura 6.2.1*) abajo a la izquierda y un máximo en las isolíneas en la posición $x = 35$ m. Podemos concluir que para el intervalo de tiempo considerado, la posición del pozo solo influye muy ligeramente sobre la distribución de temperaturas en el dominio (ver las isolíneas) en el caso en el que el pozo se encuentre en la vertical del foco geotérmico (foco caliente desde $x=0$, hasta $x= 27.5$ m). Además, la presencia del pozo, en todos los casos (B, C, D), modifica la forma horizontal de las isolíneas de temperatura desde la posición $x = 0$.

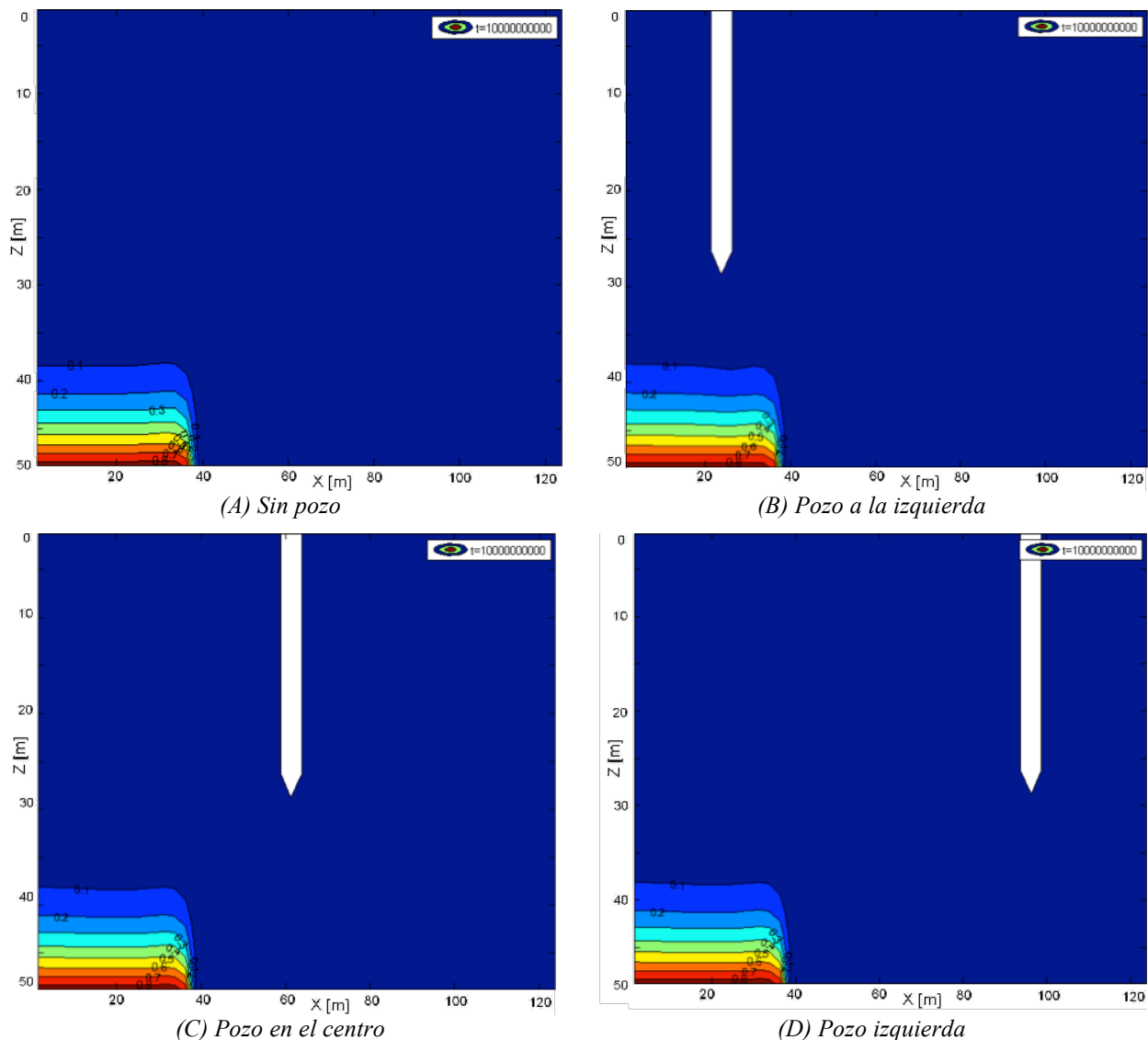


Figura 6.3.1. Isolíneas de temperatura adimensional para el intervalo de tiempo 1.0×10^{10} s en el dominio geotérmico considerado.

En la *figura 6.3.2* se presentan las gráficas con las isolíneas de temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 3.0×10^{10} s y las distintas posiciones consideradas para el pozo de extracción (casos A, B, C y D; véase la *tabla 6.1.1*) en todo el dominio de estudio. Se puede apreciar la evolución de las isolíneas hacia la superficie del dominio y el máximo local en la misma posición de antes, $x = 35$ m. De nuevo, la posición del pozo solo influye sobre la distribución de temperaturas en el caso en el que el pozo se encuentra en la vertical del foco geotérmico y, en este caso, para un intervalo de tiempo más largo que antes, su influencia es mayor que en el caso anterior. Como antes, la presencia del pozo, en todos los casos (B, C, D), incrementa el valor de las isolíneas de temperatura en la posición $x = 0$, siendo ahora más evidente su influencia. Por último, cuando el pozo se encuentra sobre la vertical del foco térmico, el máximo local situado en la posición $x = 35$ m de la isolínea más próxima sufre una reducción en su altura apareciendo otro máximo local justo donde se encuentra el punto de extracción del pozo.

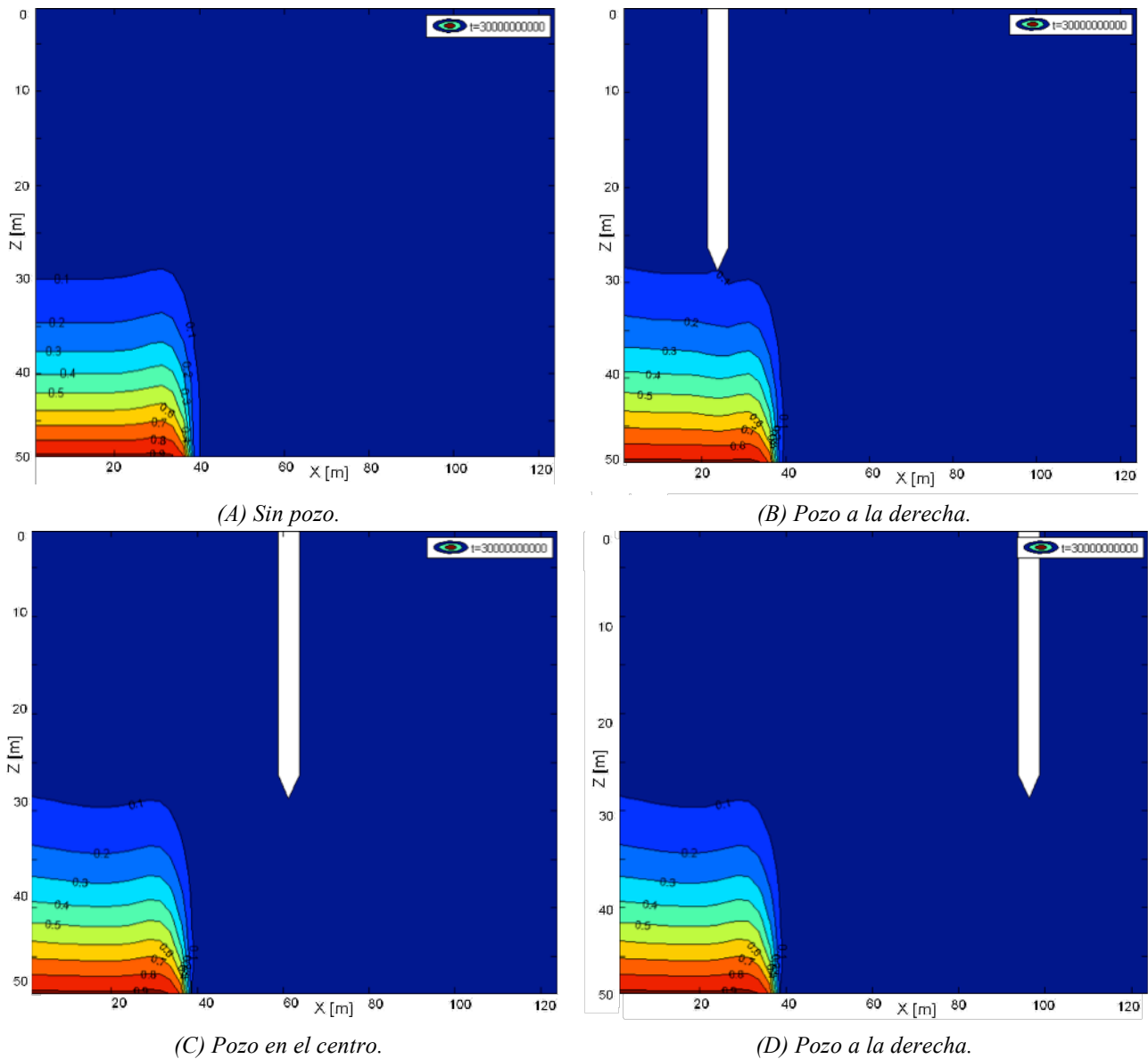


Figura 6.3.2. Isolíneas de temperatura adimensional para el intervalo de tiempo 3.0×10^{10} s en el dominio geotérmico considerado.

En la *figura 6.3.3* se presentan las gráficas con las isolíneas de temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 9.0×10^{10} s. Las isolíneas siguen evolucionando hacia la superficie del dominio y el máximo local en la misma posición de antes, $x = 35$ m. De nuevo, la posición del pozo no solo influye sobre la distribución de temperaturas en el caso en el que el pozo se encuentra sobre la vertical del foco geotérmico sino también cuando no lo está, aumentando su influencia comparada con intervalos de tiempo menores e incrementando considerablemente el valor de las isolíneas en la posición $x = 0$ m. Por otro lado, cuando el pozo se encuentra sobre la vertical del foco térmico, el máximo local situado en la posición $x = 35$ m se ve truncado por la presencia del pozo.

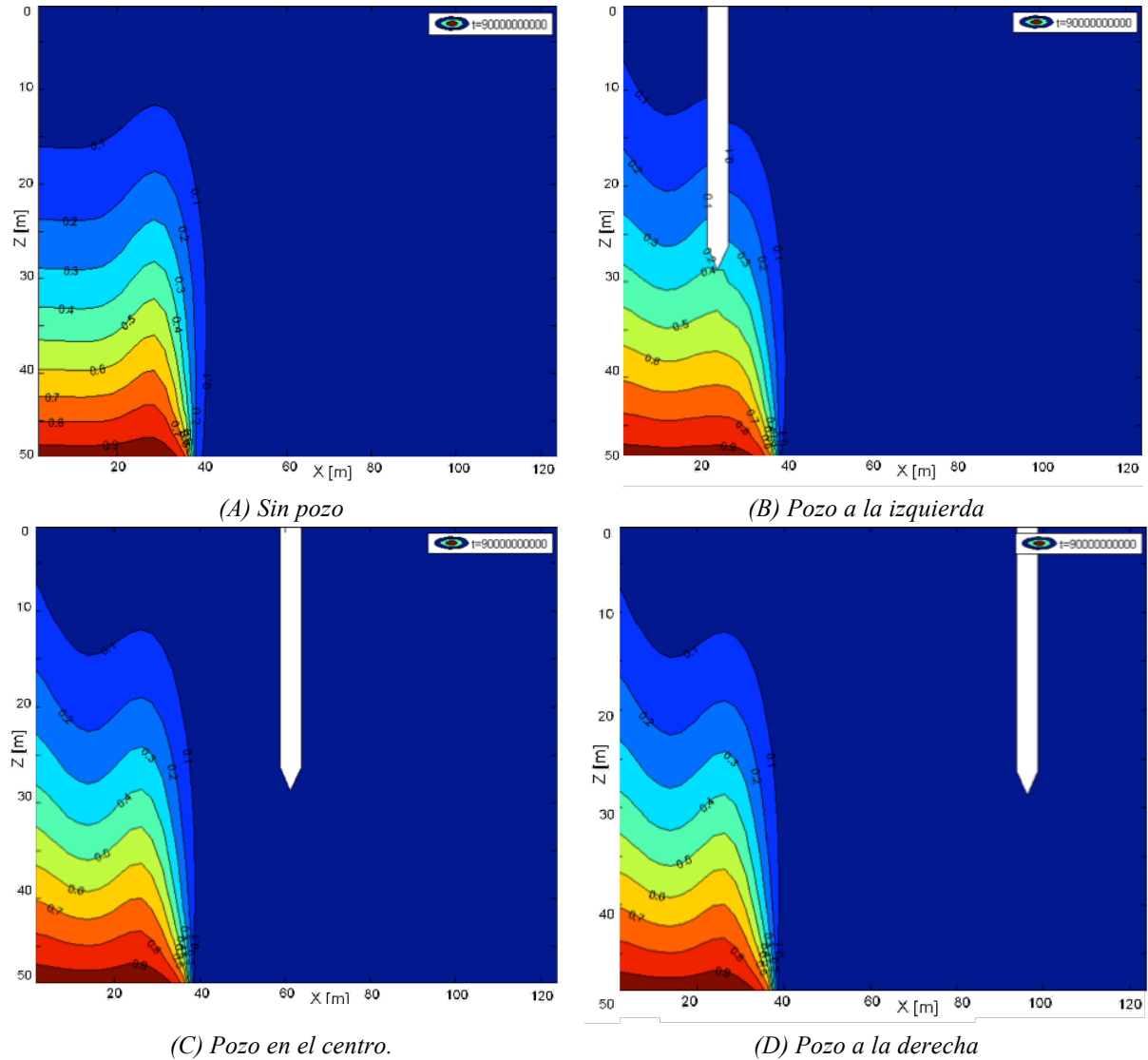


Figura 6.3.3. Isolíneas de la temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 9×10^{10} s en el dominio de estudio.

En la *figura 6.3.4* se presentan las gráficas con las isolíneas de temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 1.2×10^{11} s. La evolución de las isolíneas sigue el mismo comportamiento ya explicado en la figura anterior. Además, en el caso A comienza a verse un ligero aumento de las isolíneas en la posición $x = 0$ m, perdiéndose la forma horizontal que se tenía anteriormente.

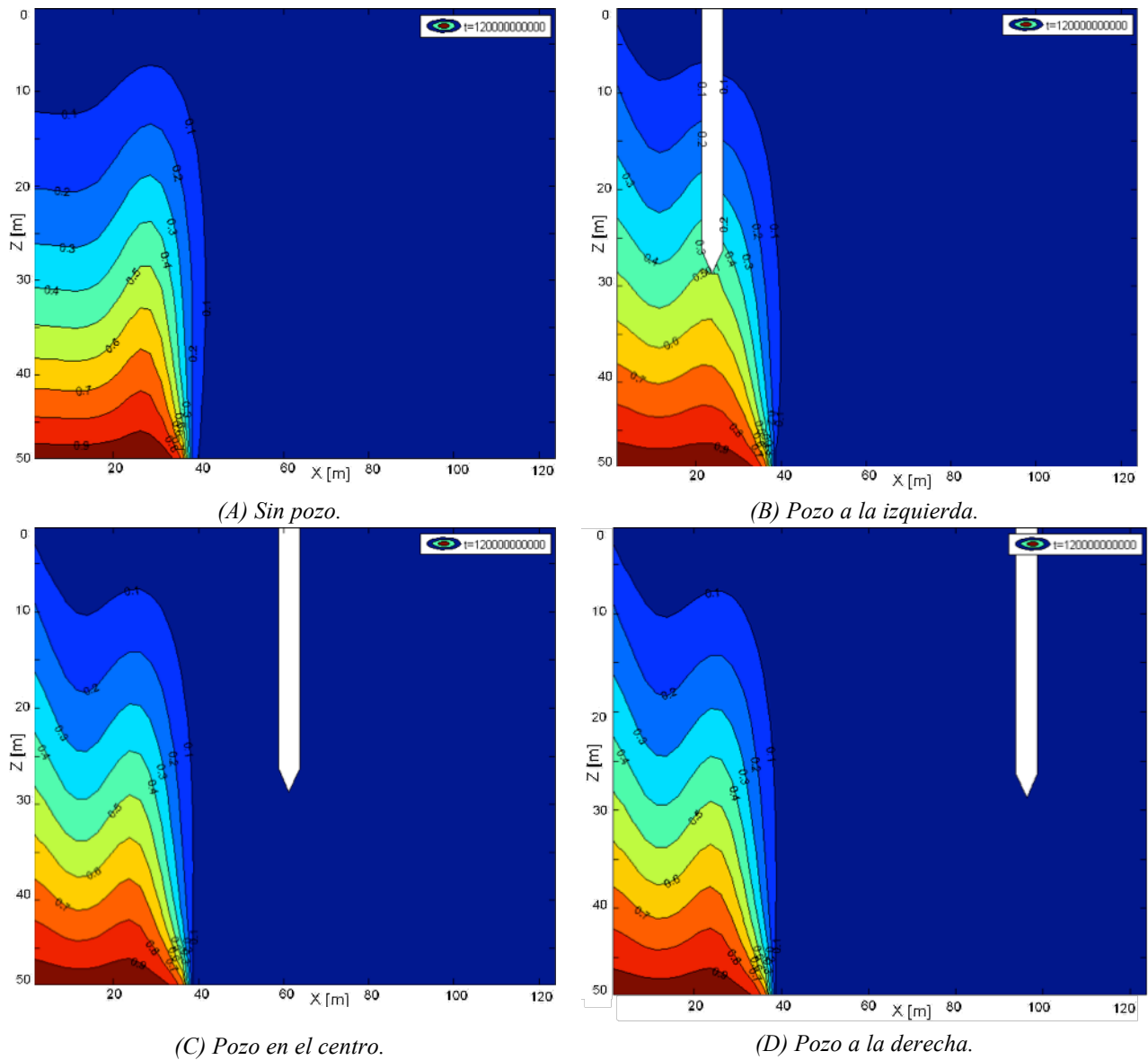


Figura 6.3.4. Isolneas de la temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 1.2×10^{11} s en el dominio de estudio.

En la figura 6.3.5 se presentan las gráficas con las isolneas de temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 3.2×10^{11} s. La evolución de las isolneas sigue el mismo comportamiento ya explicado en figuras anteriores. En el caso B la temperatura se hace idéntica a la derecha e izquierda de la pared del pozo para la isolnea de menor temperatura.

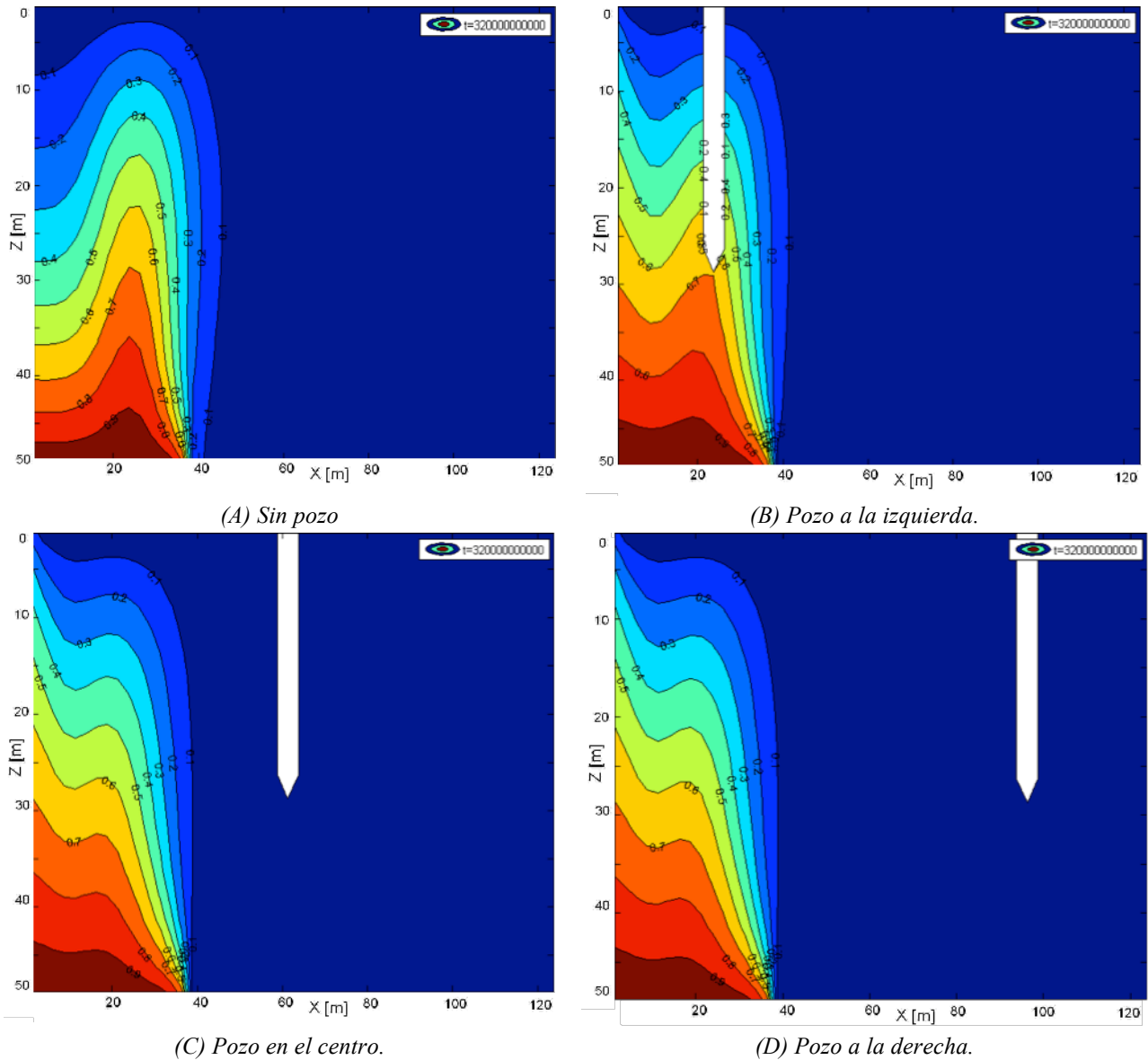


Figura 6.3.5. Isolíneas de la temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 3.2×10^{11} s en el dominio de estudio.

En la figura 6.3.6 se presentan las gráficas con las isolíneas de temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 5.0×10^{11} s, el último que se ha estudiado. La evolución de las isolíneas sigue el mismo comportamiento ya explicado en figuras anteriores. Para terminar, podemos decir que las isolíneas de temperatura adimensional, cuando no hay pozo de extracción y ha transcurrido un intervalo de tiempo suficientemente largo, alcanzan un máximo situado ligeramente a la derecha de la posición $x = 20$ m, que se encuentra justamente a la mitad de la zona ocupada por la fuente térmica. La no simetría de las mismas se debe a las condiciones de contorno impuestas sobre la pared izquierda del dominio en estudio. Si el foco térmico se hubiese encontrado posicionado en la mitad inferior del dominio en lugar de a su izquierda, no se habría encontrado tal asimetría. Por su parte, la presencia del pozo distorsiona las isolíneas desplazando el máximo local hacia la posición ocupado por aquel cuando se encuentra sobre la vertical del foco térmico, mientras que suaviza la presencia del máximo local y lo desplaza hacia la posición $x = 20$ m cuando se encuentra a la derecha de la vertical del foco térmico.

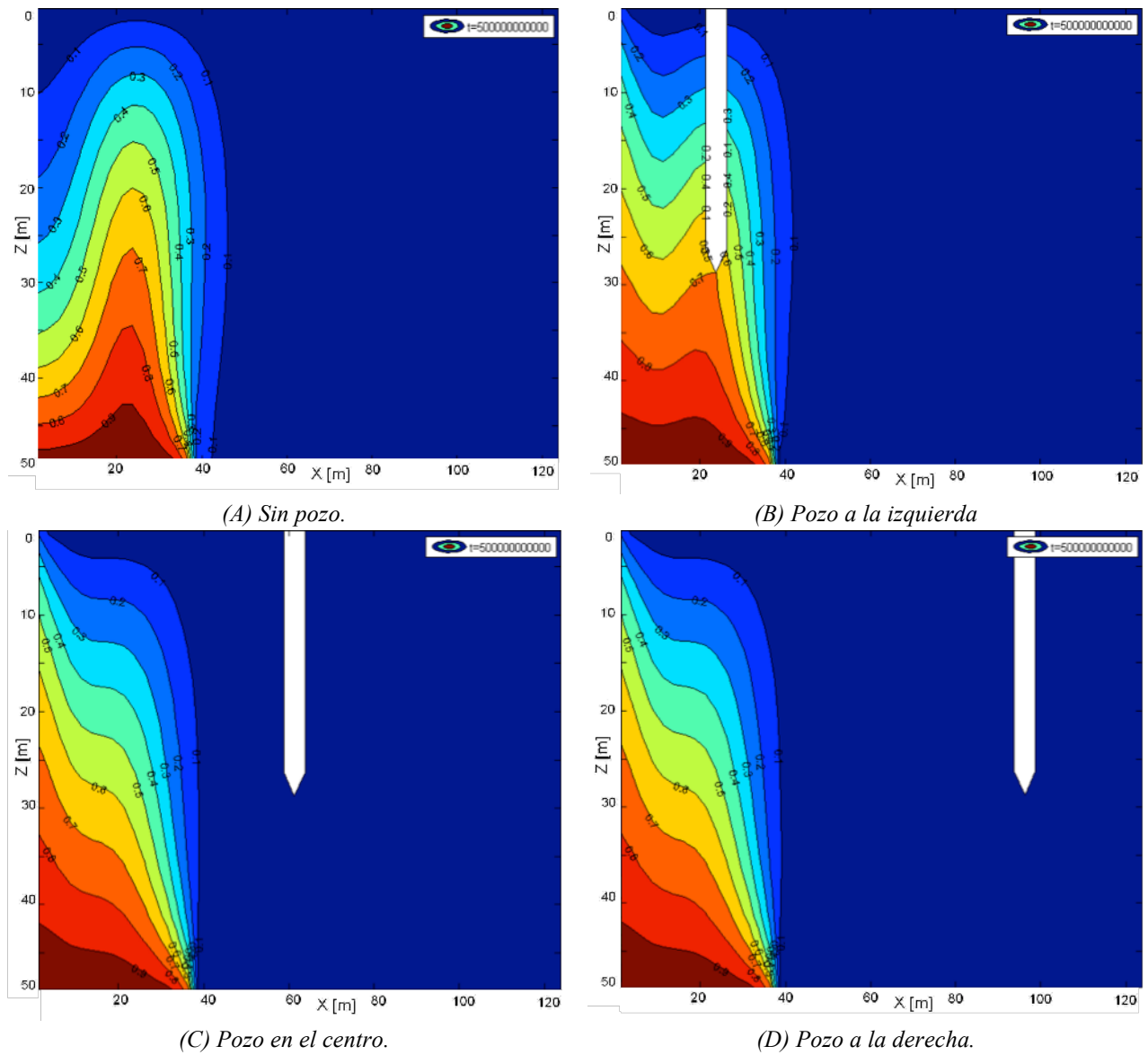
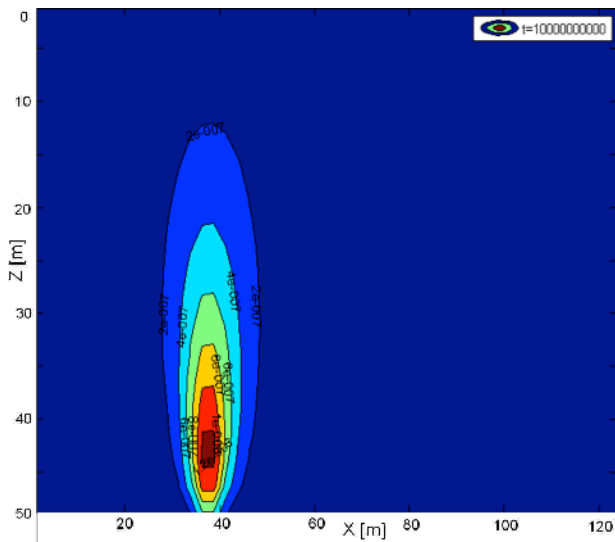


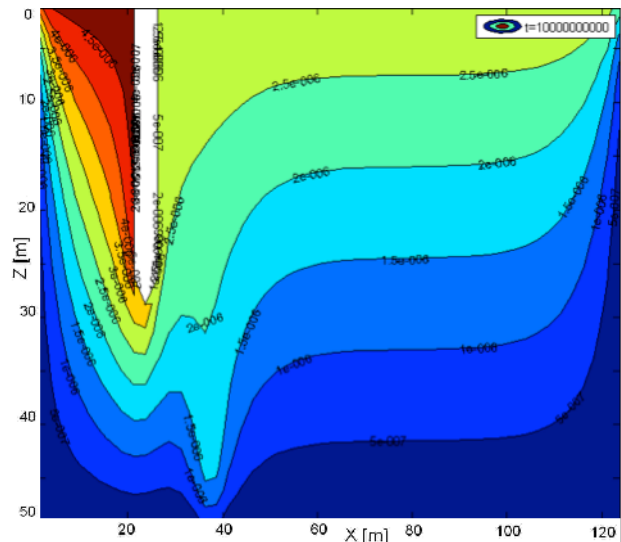
Figura 6.3.6. Isolíneas de la temperatura adimensional para un intervalo de tiempo 5.0×10^{11} s en el dominio de estudio.

En segundo lugar, vamos a estudiar la distribución de flujo de corriente en el dominio geotérmico según se ha descrito en el esquema de la figura 6.1.1.

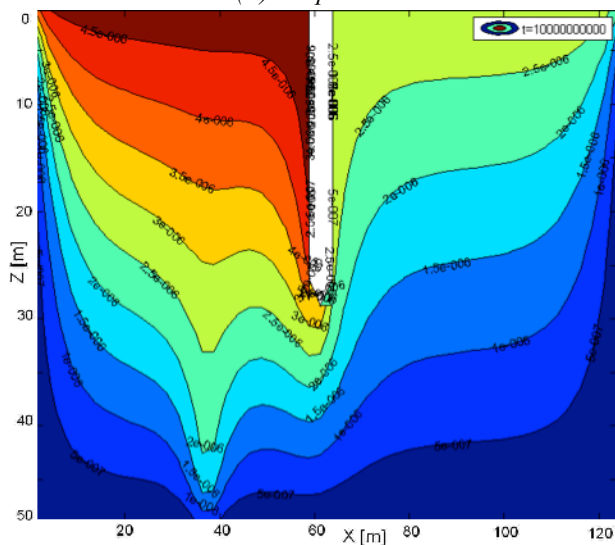
En la *figura 6.3.7* se presentan las gráficas con las isolíneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 1×10^{10} s en el dominio de estudio. El caso A se ha añadido para tener una idea de cómo se comporta el sistema de forma natural cuando no hay pozo de extracción. En los otros casos (B, C y D) se ha impuesto las condiciones de frontera de la *figura 6.2.3*, en las que se supone un valor de flujo distinto de cero en las paredes del pozo y la parte superior del dominio. Con esto estamos suponiendo que el flujo en el dominio se ve alterado por la extracción de fluido con el pozo. En el caso A la función de corriente es igual a cero en todo el dominio de análisis excepto en la zona situada sobre la vertical del foco térmico, donde se ve, a diferencia de los otros casos, que las isolíneas tienen forma ovoidal con valores mayores conforme nos aproximamos a posición $x=37.5$ m y nos acercamos al foco térmico. En los casos B, C, y D se puede apreciar la influencia del pozo al encontrarse isolíneas de valores mayores hacia la parte superior del dominio y a la izquierda de aquel. Se encuentra dos alteraciones de la forma de las isolíneas, una sobre la vertical del foco térmico en la posición $x = 37.5$ m y otra en la posición donde se encuentra el pozo en cada caso. Se puede apreciar que cuanto más a la derecha del foco térmico se encuentra el pozo, las isolíneas de corriente de mayor valor, que son las situadas a su izquierda, son menos verticales.



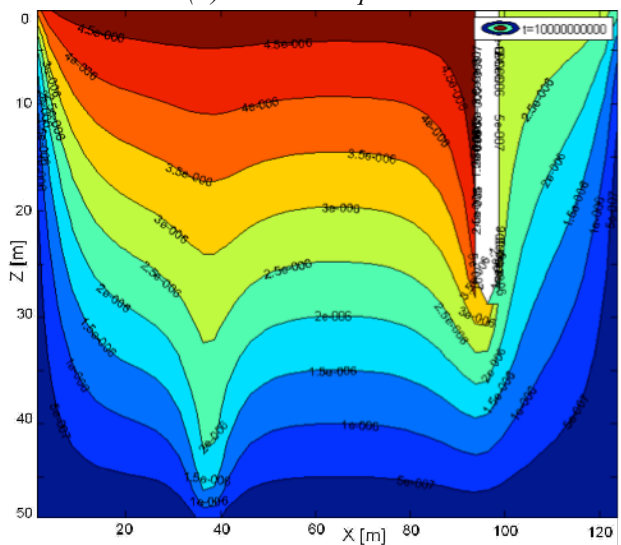
(A) Sin pozo..



(B) Pozo a la izquierda



(C) Pozo en el centro.



(D) Pozo a la derecha.

Figura 6.3.7. Isolíneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 1×10^{10} s en el dominio de estudio.

En la *figura 6.3.8* se presenta la gráfica de las isolíneas o curvas $\Psi(x,z) = cte$ para el intervalo de tiempo 3.0×10^{10} s. En el caso A la zona con isolíneas ovoidales se hace más grande. En el caso B encontramos el principio de formación de isolíneas ovoidales en la posición $x = 37.5$ m, situada a la derecha del pozo. En los otros casos se puede apreciar una fuerte variación de las isolíneas en la misma posición, resultando en un aumento de la corriente.

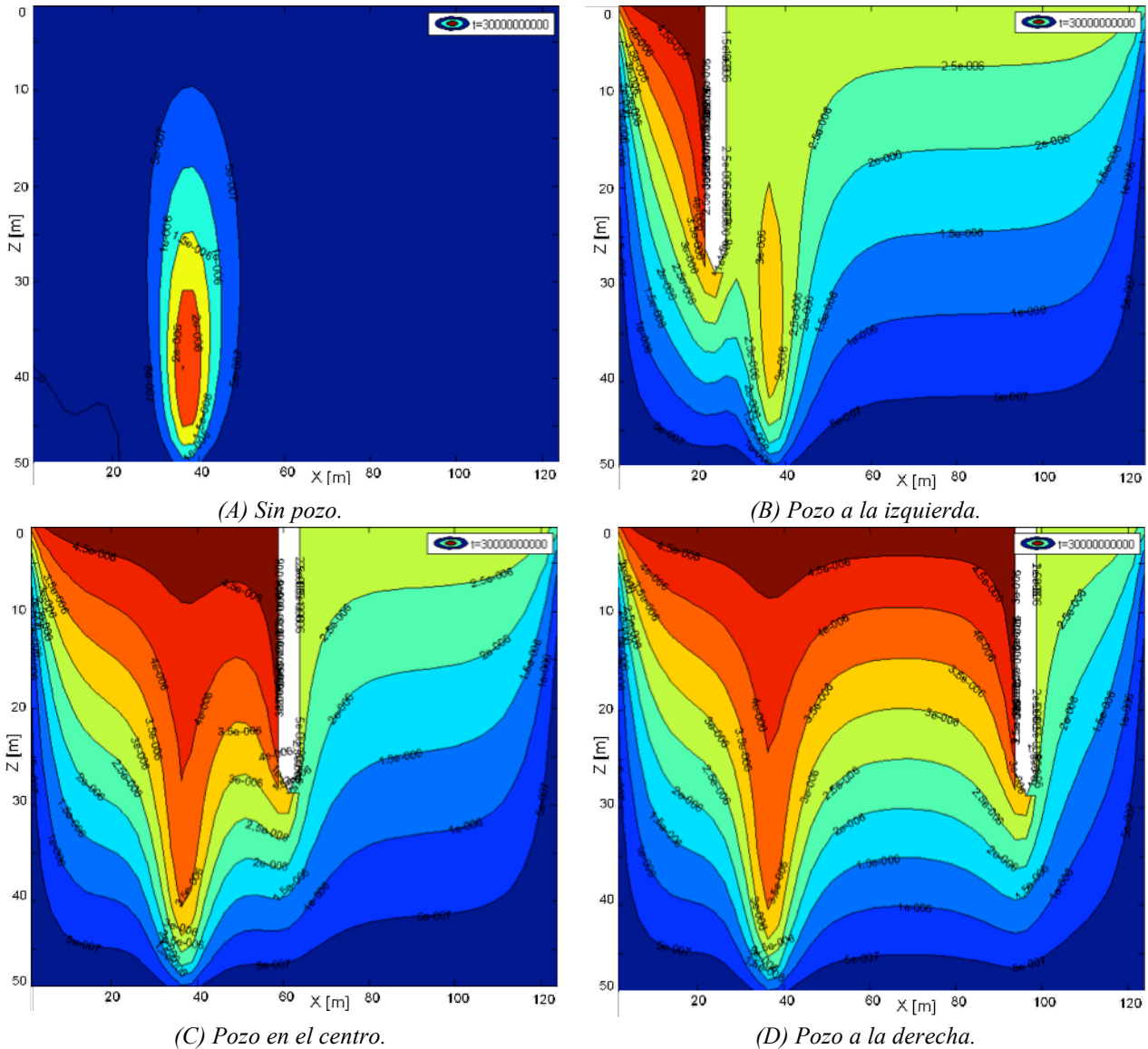


Figura 6.3.8. Isolíneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 3×10^{10} s en el dominio de estudio.

En la *figura 6.3.9* se presentan las gráficas con las isolíneas de corriente para el intervalo de tiempo 9.0×10^{10} s. Para este tiempo de análisis, se ve que la forma ovoidal de las isolíneas se desarrolla en todos los casos de análisis. En el caso A se ve que en la parte izquierda de las isolíneas la función de corriente tiene valor igual a cero, mientras que a la derecha ya no hay ningún valor cero. En el resto de los casos ya hay isolíneas ovaladas en la posición $x = 35$ m.

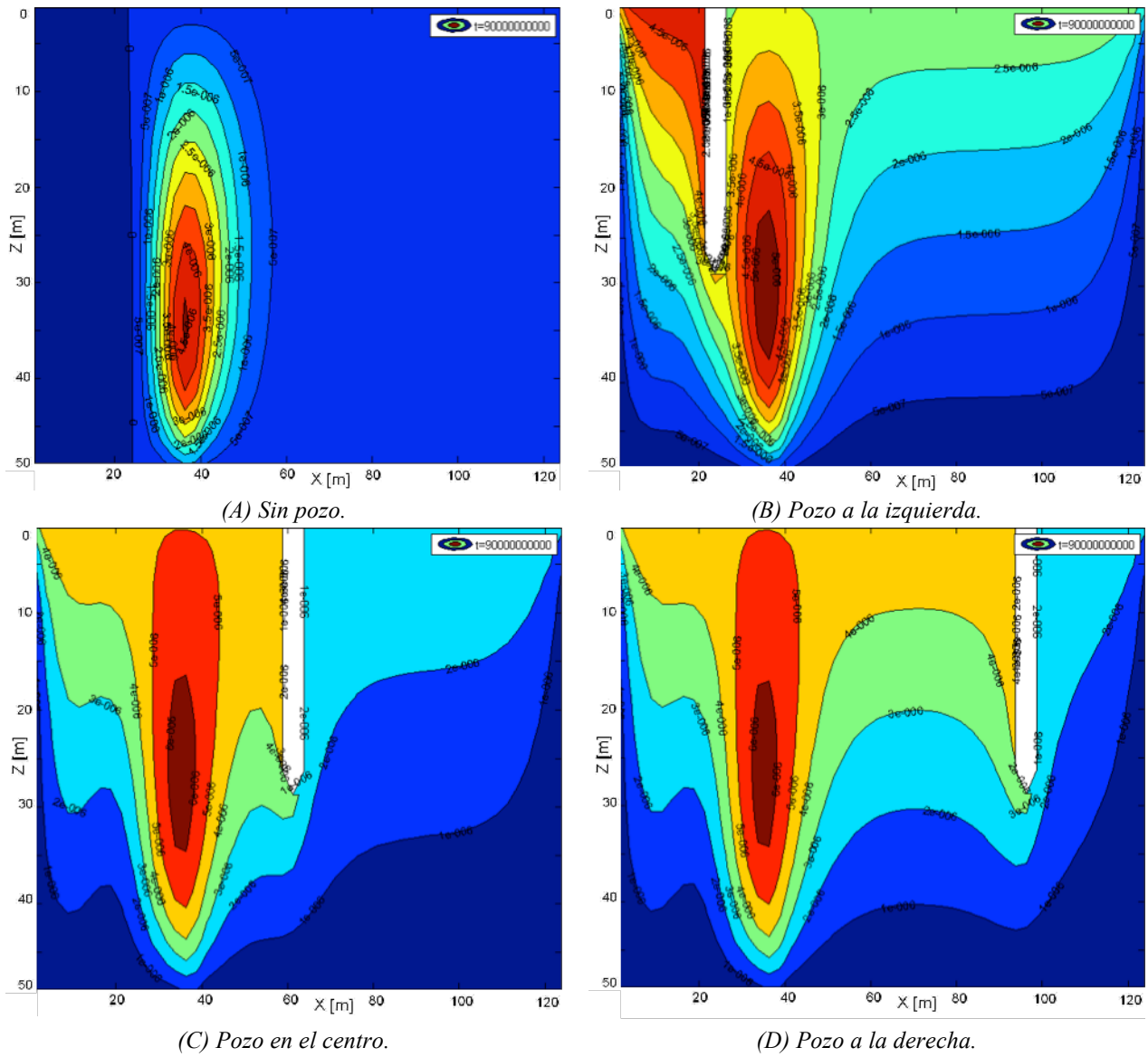


Figura 6.3.9. Isolíneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 9×10^{10} s en el dominio de estudio.

En la figura 6.3.10 se muestra la gráfica de las isolíneas para el intervalo de tiempo 1.2×10^{11} s. Todos los casos siguen el mismo comportamiento antes descrito.

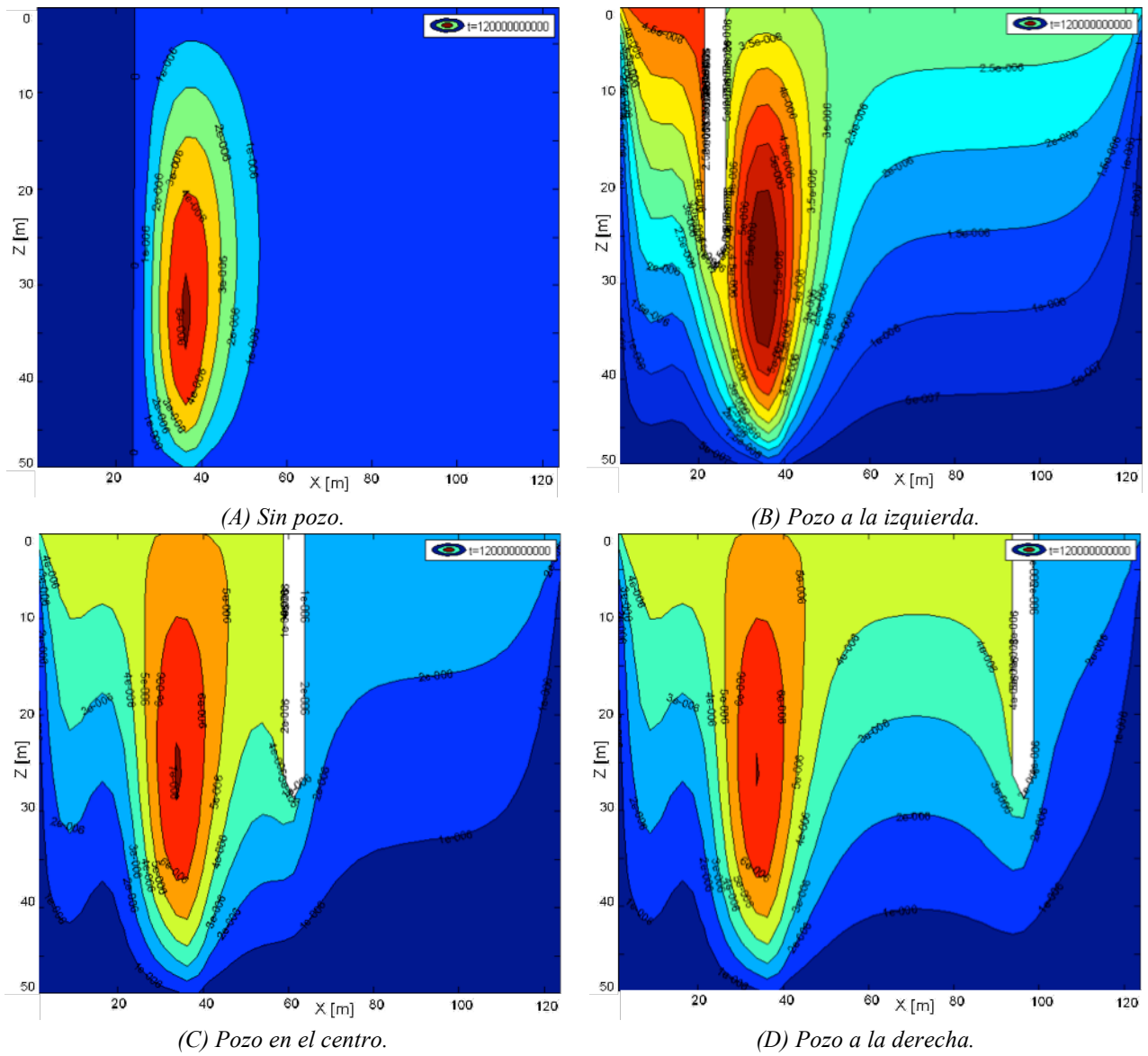
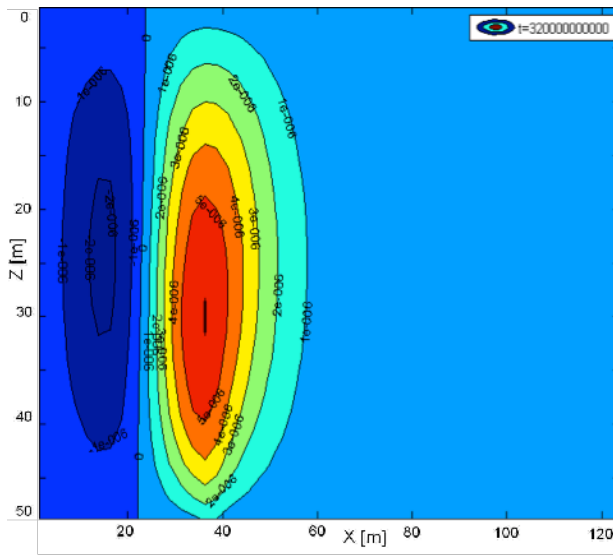
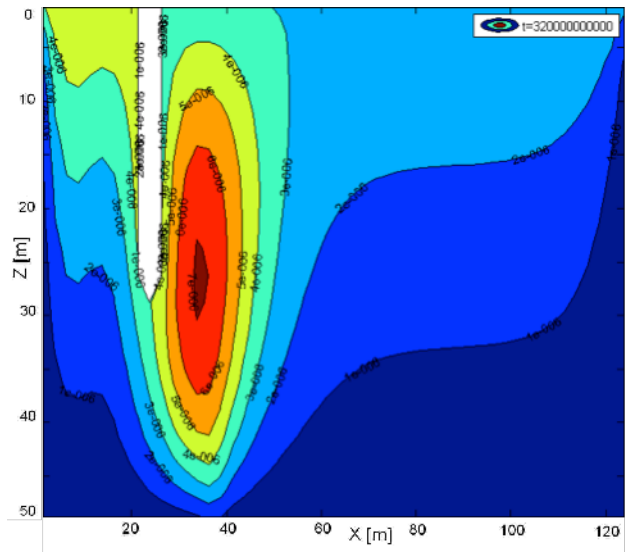


Figura 6.3.10. Isolíneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 1.2×10^{11} s en el dominio de estudio.

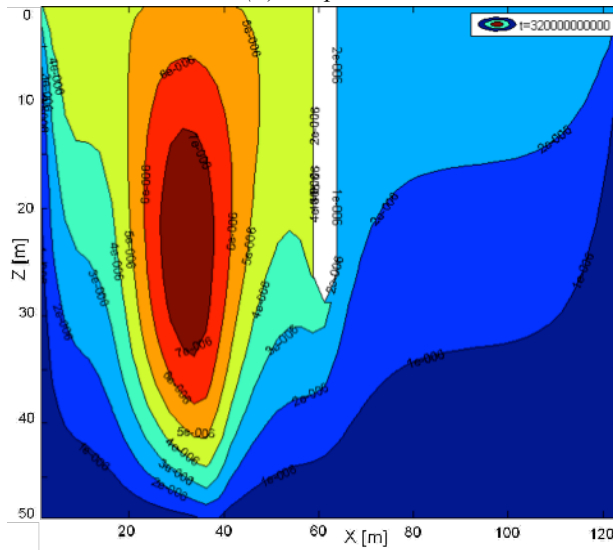
En la figura 6.3.11 se muestra la gráfica de las isolíneas para el intervalo de tiempo 3.2×10^{11} s. Para este tiempo de análisis vemos que, en el caso A, aparece un conjunto de isolíneas gemelo al anterior y con forma aproximadamente ovoidal. En todos los casos aumenta el valor de la isolíneas más interior.



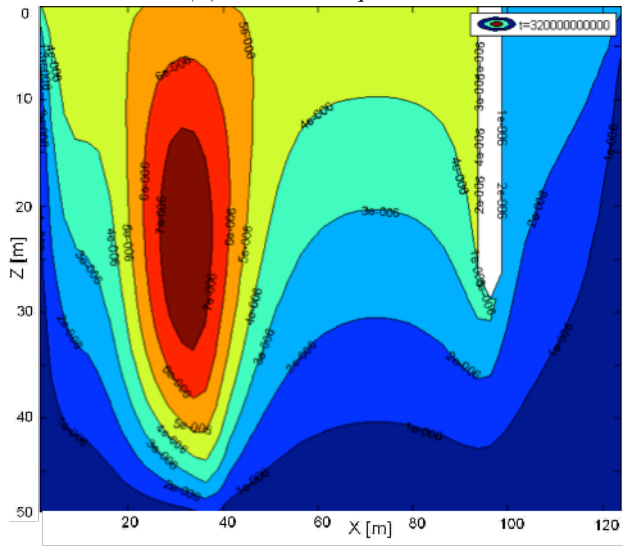
(A) Sin pozo.



(B) Pozo a la izquierda.



(C) Pozo en el centro.



(D) Pozo a la derecha.

Figura 6.3.11. Isolneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 3.2×10^{11} s en el dominio de estudio.

En la figura 6.3.12 se muestra el resultado para un intervalo de tiempo de 5.0×10^{11} s. Las formas y valores de las isolneas parecen haber llegado a su máximo desarrollo, pues no hay grandes cambios con respecto al intervalo de tiempo anterior.

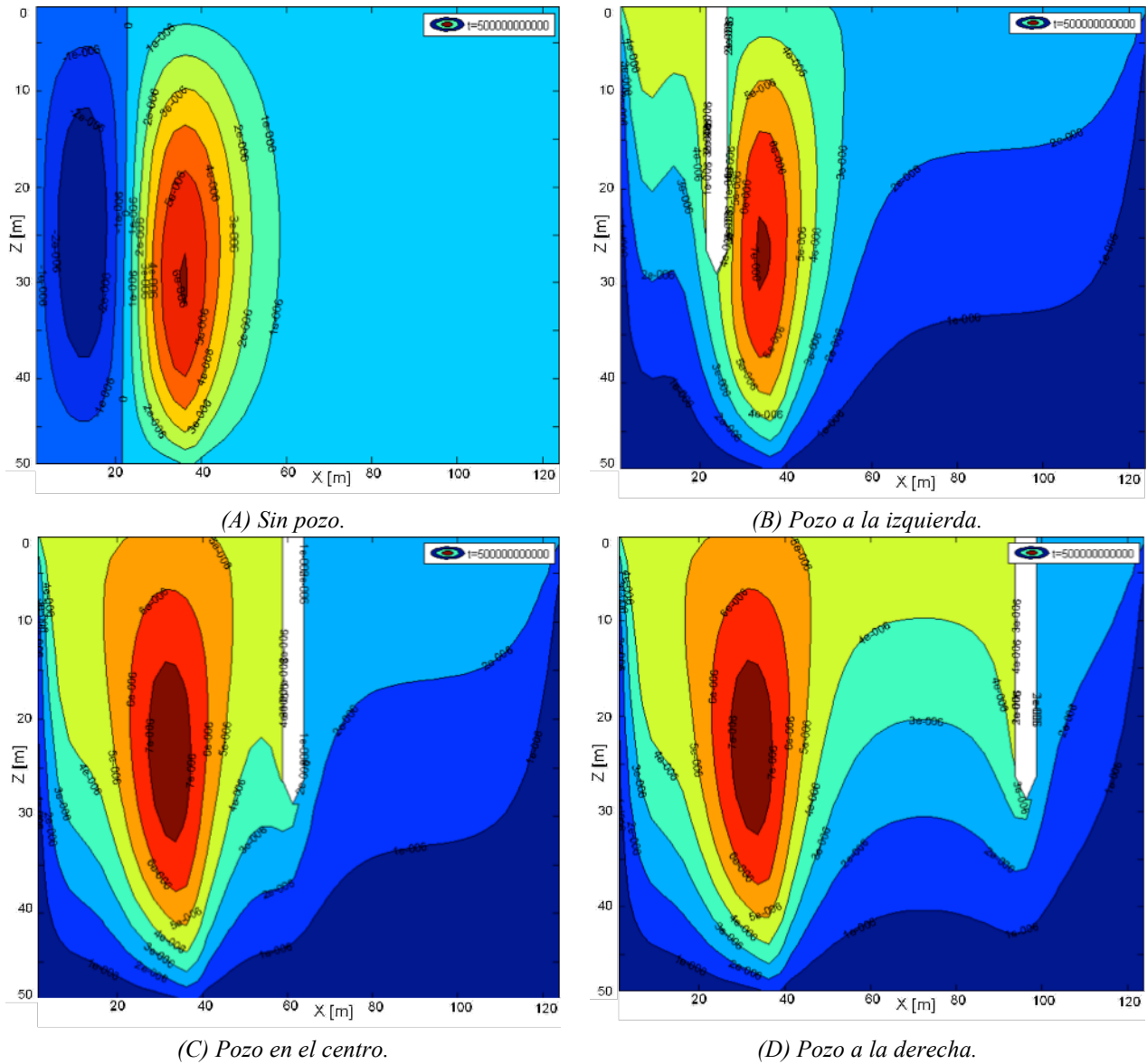


Figura 6.3.12. Isolíneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 5.0×10^{11} s en el dominio de estudio.

Para facilitar la lectura de los resultados obtenidos incluimos las figuras 6.3.A.1-2 y 6.3.B.1-2, que representan en 3D los resultados de $T(x,z;t)$ y $\Psi(x,z;t)$, para los intervalos de tiempo de análisis 1.0×10^{10} s, 1.2×10^{11} s, 3.2×10^{11} s y 5.0×10^{11} s.

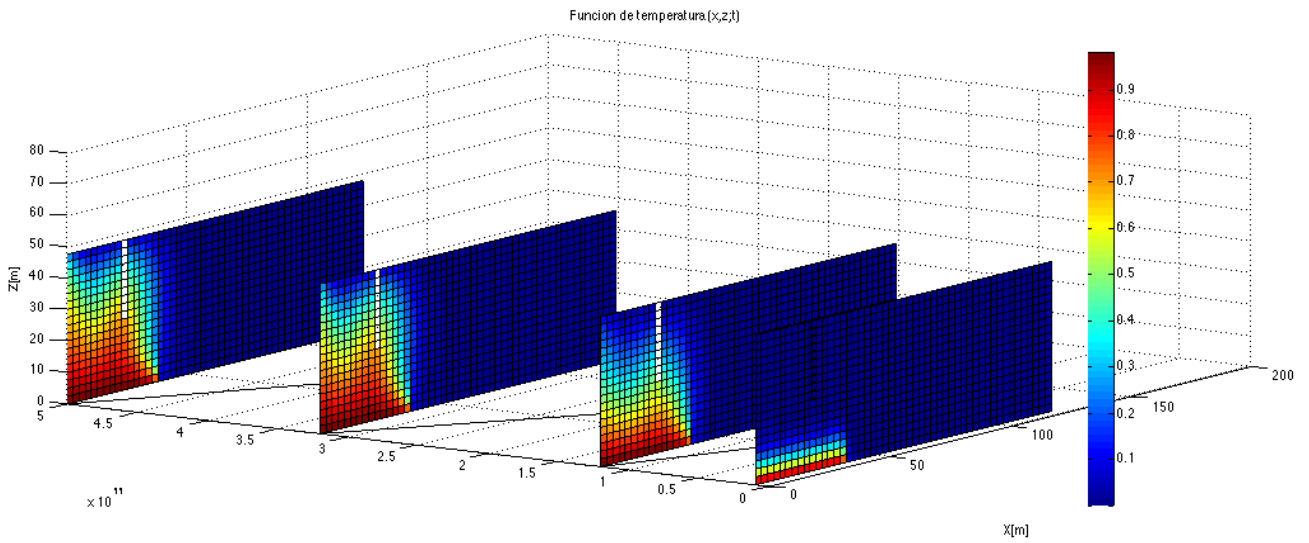
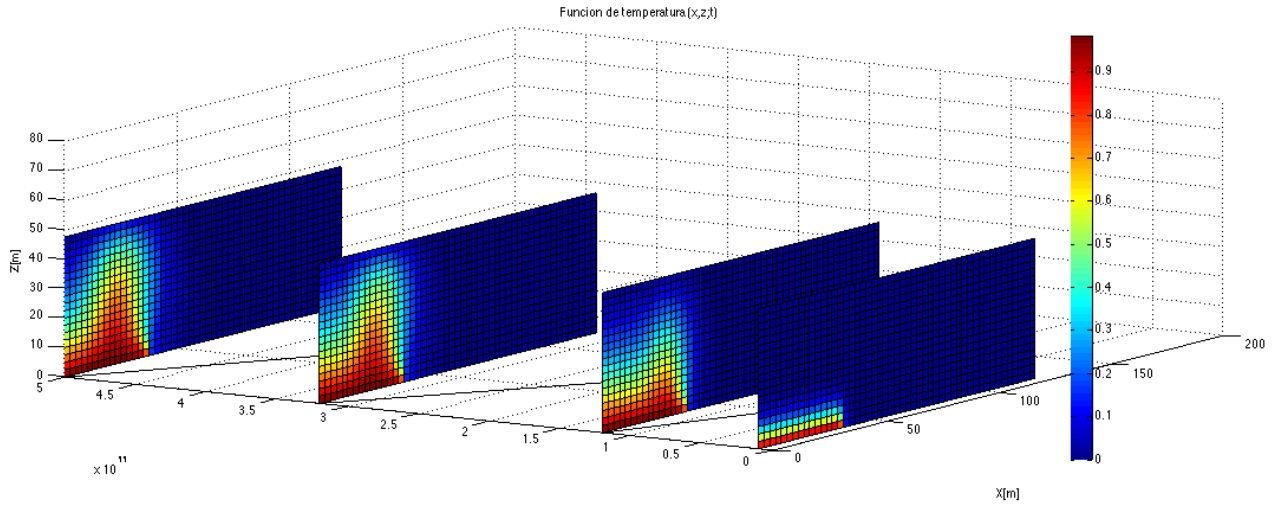
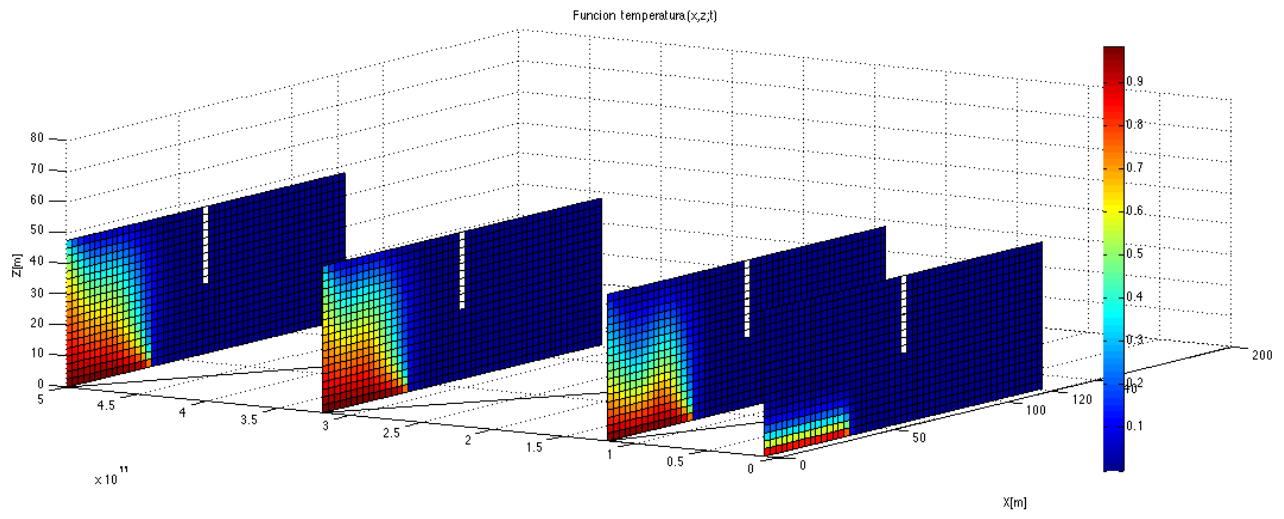
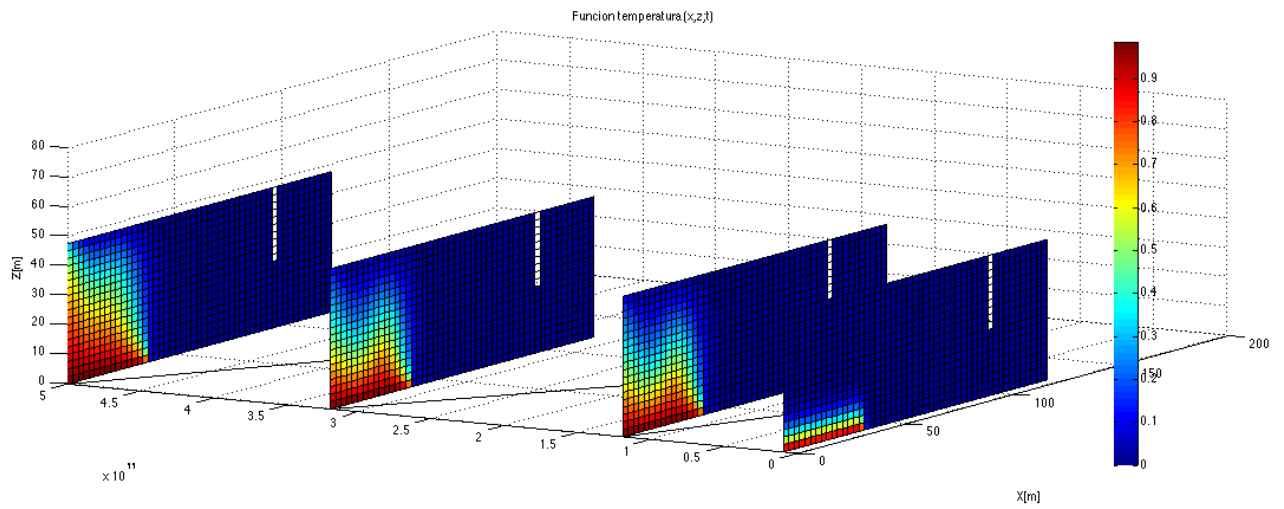


Fig. 6.3.A.1 Función de temperatura $T(x,z;t)$ para los intervalos de tiempo de análisis 1.0×10^{10} s, 1.2×10^{11} s



(C) Pozo en el centro



(D) Pozo a la derecha.

Fig. 6.3.A.2. Función de temperatura $T(x,z;t)$ para los intervalos de tiempo de análisis 3.2×10^{11} s y 5.0×10^{11} s

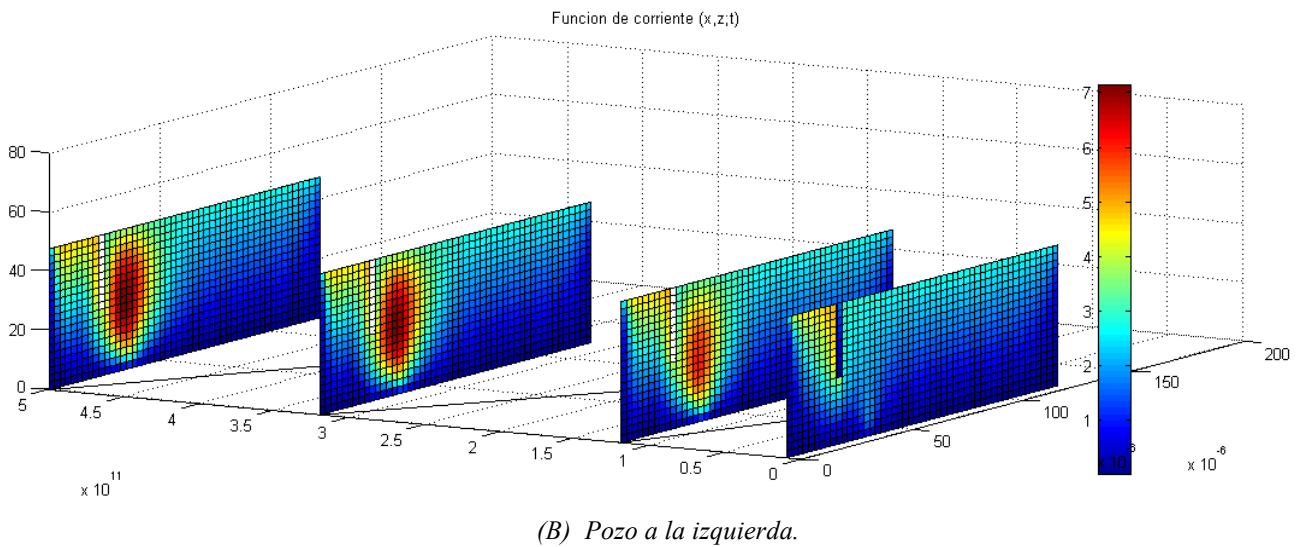
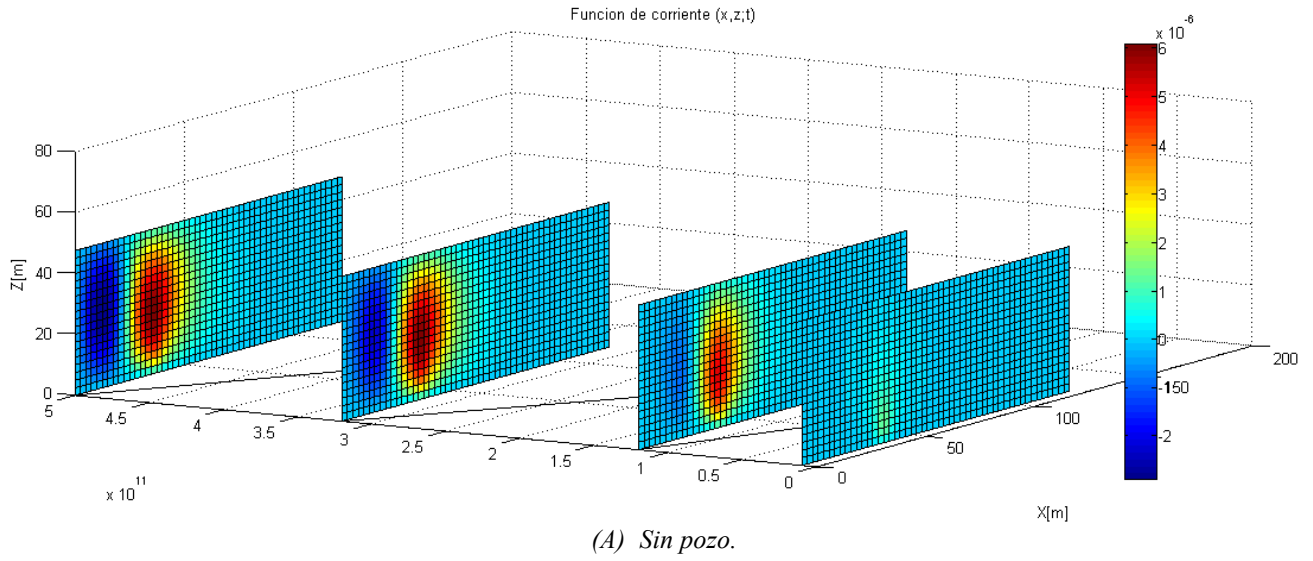
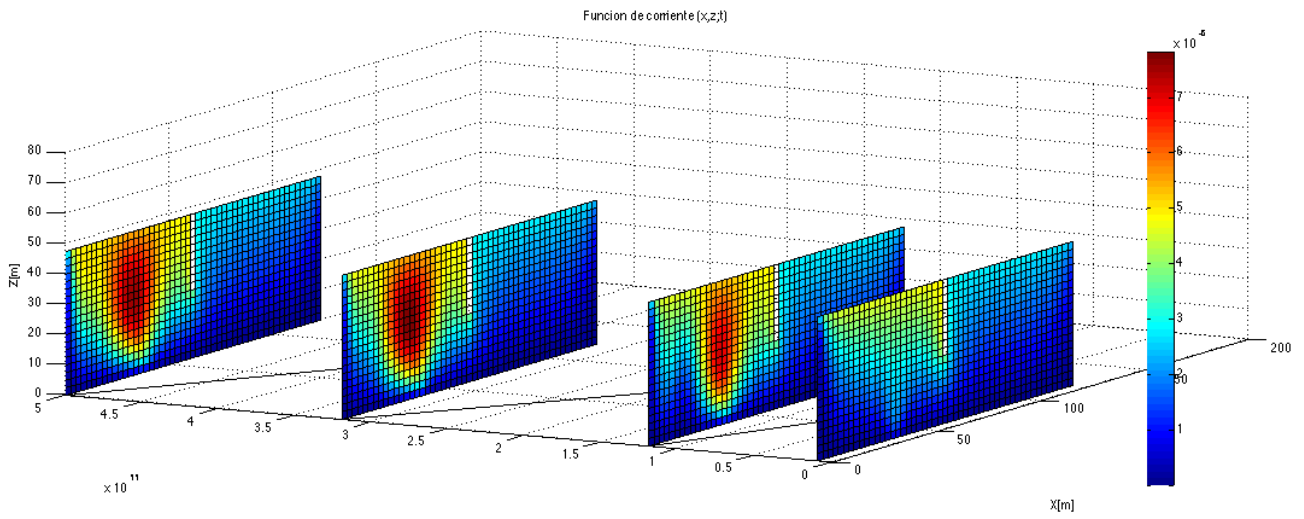
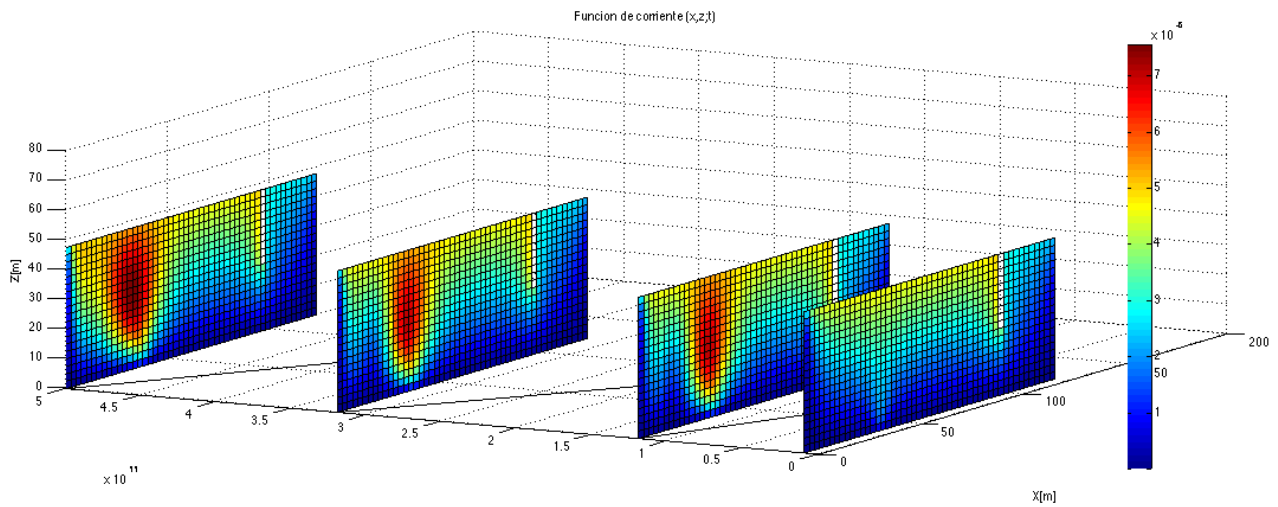


Fig. 6.3.B.1. Función de corriente $\Psi(x,z;t)$ para los intervalos de tiempo de análisis 1.0×10^{10} s, 1.2×10^{11} s



(C) Pozo en el centro.



(D) Pozo a la derecha.

Fig. 6.3.B.2. Función de corriente $\Psi(x,z;t)$ para los intervalos de tiempo de análisis 3.2×10^{11} s y 5.0×10^{11} s

A continuación vamos a estudiar la variación de la temperatura y la función de corriente con la profundidad en la posición $x = 35$ m, situada sobre la vertical del foco térmico (véase la figura 2.2.2).

Hemos elegido dicha posición porque resulta ser el lugar con valores máximos de la función de corriente y donde se aparecen mayores particularidades en las isolíneas de temperatura y función de corriente, según se ha discutido antes.

En las gráficas de las figuras 6.3.13-14-15 se presentan las curvas $T(x=35m, z)$ para los distintos intervalos de tiempo y los casos A, B, C. Se excluye el caso D porque, como se ha podido comprobar en los apartados anteriores, tiene la misma respuesta en términos de temperatura que el caso C. Se aprecia que la temperatura aumenta para los intervalos de tiempo mayores. Hasta el intervalo de tiempo de análisis 1.2×10^{11} s, todos los casos siguen la misma tendencia pero con valores menores de temperatura conforme el pozo se encuentra más lejos del foco térmico. Para los intervalos de tiempo 3.2×10^{11} s y 5.0×10^{11} s las curvas de los casos B y C tienen valores menores que las del caso A. Y lo son menores conforme el pozo está más alejado del foco térmico.

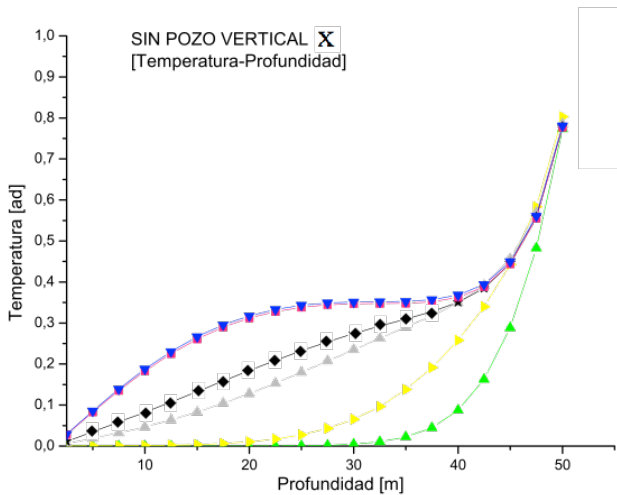


Fig.6.3.13. Curvas $T(x=35m, z)$ para los distintos intervalos de tiempo, caso sin pozo (A).

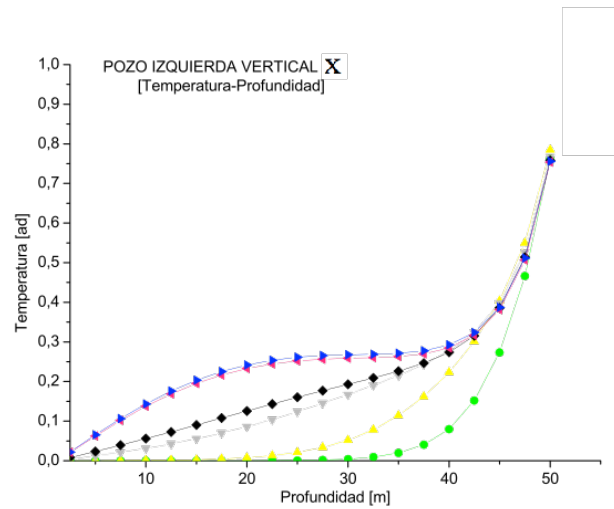


Fig.6.3.14. Curvas $T(x=35m, z)$ para los distintos intervalos de tiempo, caso pozo izquierda vertical (B).

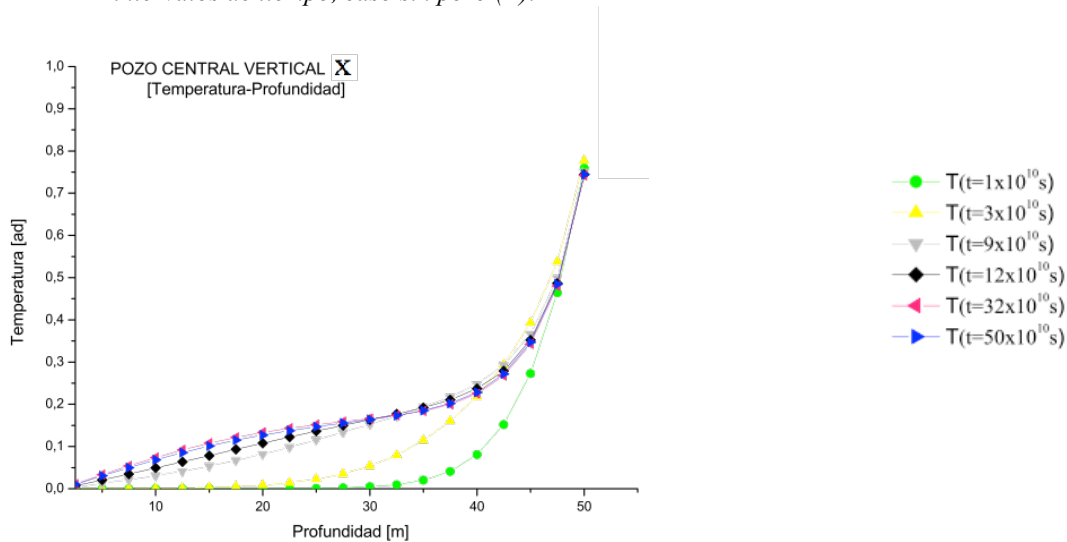


Fig.6.3.15. Curvas $T(x=35m, z)$ para los distintos intervalos de tiempo, caso pozo central vertical (C).

En las figuras 6.3.16-17-18 se presentan las curvas $\Psi(x=35m, z)$ para los distintos intervalos de tiempo y los casos A, B, C. Se vuelve a excluir el caso D por el mismo motivo que con la temperatura. Se ve que la tendencia de las curvas es similar en todos los casos, a excepción de los valores de inicio y fin ($z=0$ y $z=50$ m) en los casos B y C, debido a las condiciones de contorno que se han impuesto.

Como se ha explicado en los apartados anteriores, los valores de la función de flujo aumentan al hacerlo los intervalos de tiempo considerados y el máximo se desplaza hacia el centro del dominio en todos los casos.

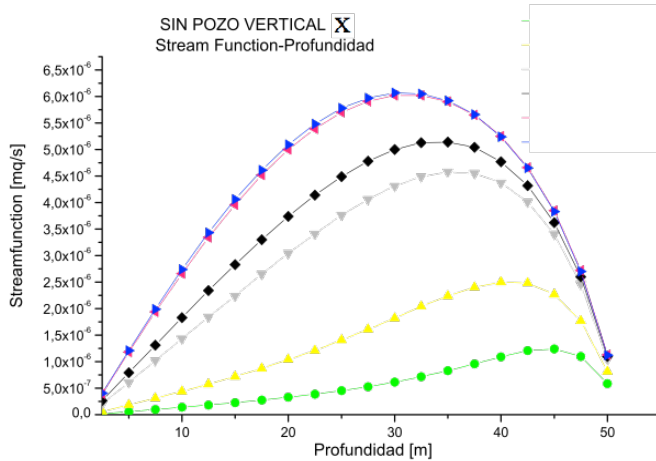


Fig.6.3.16. Curvas $\Psi(x=35m,z)$ para los distintos intervalos de tiempo, caso sin pozo (A).

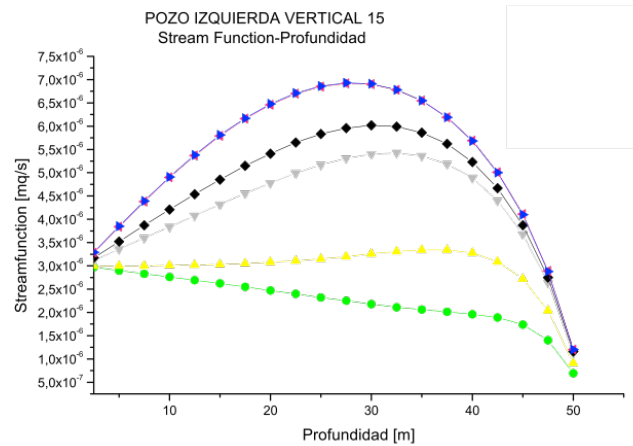


Fig.6.3.17. Curvas $\Psi(x=35m,z)$ para los distintos intervalos de tiempo, caso pozo izquierda (B).

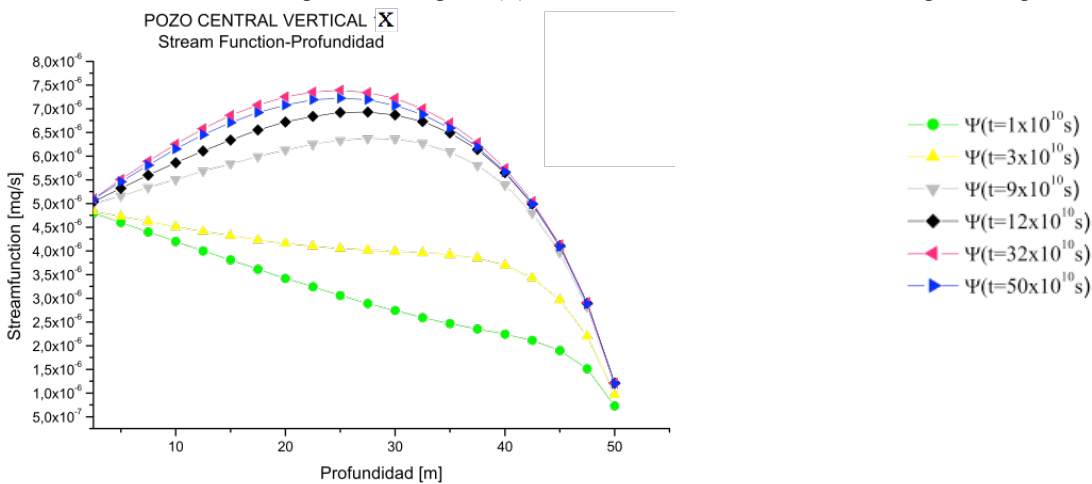


Fig.6.3.18. Curvas $\Psi(x=35m,z)$ para los distintos intervalos de tiempo, caso pozo central (C).

Para ver más claramente a qué profundidad se producen los mayores cambios, se ha calculado la derivada con respecto a z de las curvas anteriores. Los resultados se muestran en las figuras.6.3.16-17-18-D. Podemos destacar que para intervalos de tiempo mayores o iguales que 9×10^{10} s, la función de corriente aumenta hasta llegar a una profundidad cercana a $z = 30$ m y disminuye más rápidamente que aumentaba desde esa profundidad hasta los 50 m. Para intervalos de tiempo menor, el caso C siempre muestra disminución.

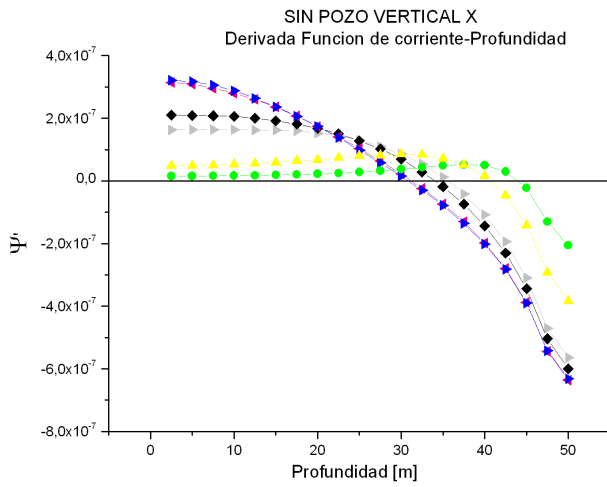


Fig.6.3.16.D. Curvas $\left. \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right|_{x=35m}$ para los distintos intervalos de tiempo, caso sin pozo (A).

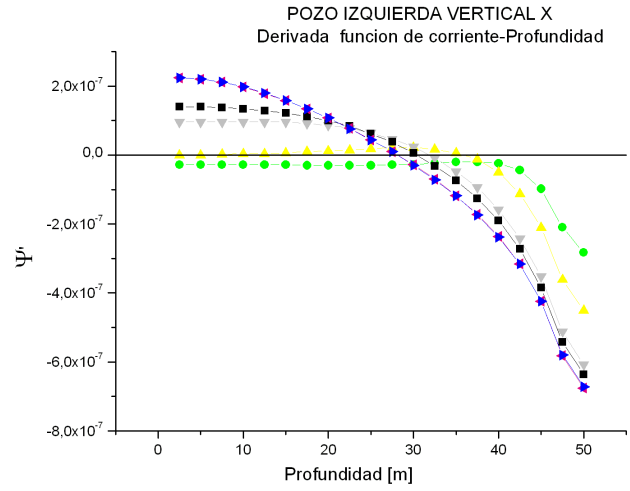


Fig.6.3.17.D. Curvas $\left. \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right|_{x=35m}$ para los distintos intervalos de tiempo, caso pozo izquierda (B).

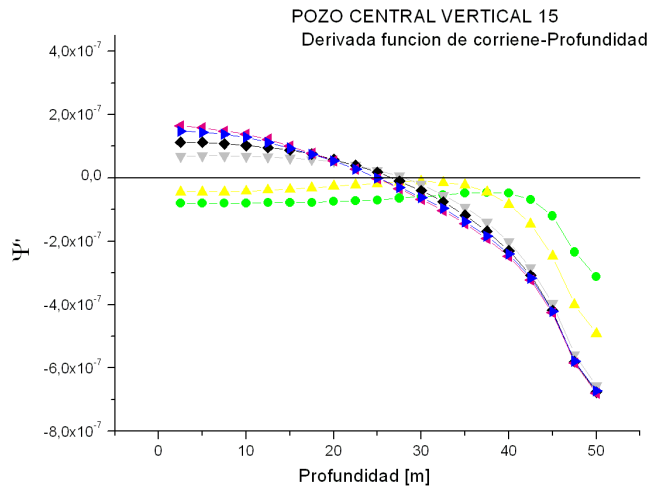


Fig.6.3.18.D. Curvas $\left. \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right|_{x=35m}$ para los distintos intervalos de tiempo, caso pozo central (C).

- $\Psi'(t=1 \times 10^{10} \text{ s})$
- ▲— $\Psi'(t=3 \times 10^{10} \text{ s})$
- ▼— $\Psi'(t=9 \times 10^{10} \text{ s})$
- ◆— $\Psi'(t=12 \times 10^{10} \text{ s})$
- ◀— $\Psi'(t=32 \times 10^{10} \text{ s})$
- ▶— $\Psi'(t=50 \times 10^{10} \text{ s})$

Los valores de temperatura y función de corriente y la posición del máximo sobre la vertical de análisis para los diferentes intervalos de tiempo y casos, se adjuntan en las *tablas 6.4.1-2-3-4*.

Resultado de análisis para el caso sin pozo (A)				
	Profundidad 50 m		Valor máximo	
Tiempo/mediciones	T [ad]	Ψ [m ² /s]	Profundidad [m]	Ψ [m ² /s]
1.0×10^{10} s	0.77	6.15×10^{-7}	45	1.25×10^{-6}
3.0×10^{10} s	0.78	1.82×10^{-6}	40	2.50×10^{-6}
9.0×10^{10} s	0.78	4.31×10^{-6}	35	4.60×10^{-6}
1.2×10^{11} s	0.79	5.00×10^{-6}	35	5.08×10^{-6}
3.2×10^{11} s	0.77	6.02×10^{-6}	30	6.02×10^{-6}
5.0×10^{11} s	0.78	6.07×10^{-6}	30	6.07×10^{-6}

Tabla 6.3.1. Resultando de análisis para el caso (A) sin pozo.

Resultado de análisis para el caso a la izquierda (B)				
	Profundidad 50 m		Valor máximo	
Tiempo/mediciones	T [ad]	Ψ [m ² /s]	Profundidad [m]	Ψ [m ² /s]
1.0×10^{10} s	0.76	2.18×10^{-6}	0	2.97×10^{-6}
3.0×10^{10} s	0.78	3.26×10^{-6}	37.35	3.36×10^{-6}
9.0×10^{10} s	0.76	5.40×10^{-6}	32.5	5.40×10^{-6}
1.2×10^{11} s	0.75	6.02×10^{-6}	30	6.02×10^{-6}
3.2×10^{11} s	0.75	6.09×10^{-6}	30	6.91×10^{-6}
5.0×10^{11} s	0.76	6.91×10^{-6}	30	6.93×10^{-6}

Tabla 6.3.2. Resultando de análisis para el caso (B) con pozo a la izquierda.

Resultado de análisis para el caso pozo en el centro (C)				
	Profundidad 50 m		Valor máximo	
Tiempo/mediciones	T [ad]	Ψ [m ² /s]	Profundidad [m]	Ψ [m ² /s]
1.0×10^{10} s	0.76	3.06×10^{-6}	0	4.70×10^{-6}
3.0×10^{10} s	0.78	4.27×10^{-6}	0	4.84×10^{-6}
9.0×10^{10} s	0.75	6.93×10^{-6}	27.5	4.94×10^{-6}
1.2×10^{11} s	0.74	6.02×10^{-6}	27.5	6.94×10^{-6}
3.2×10^{11} s	0.74	7.21×10^{-6}	25	7.21×10^{-6}
5.0×10^{11} s	0.74	7.07×10^{-6}	25	7.35×10^{-6}

Tabla 6.3.3 Resultando de análisis para el caso (C) con pozo en el centro.

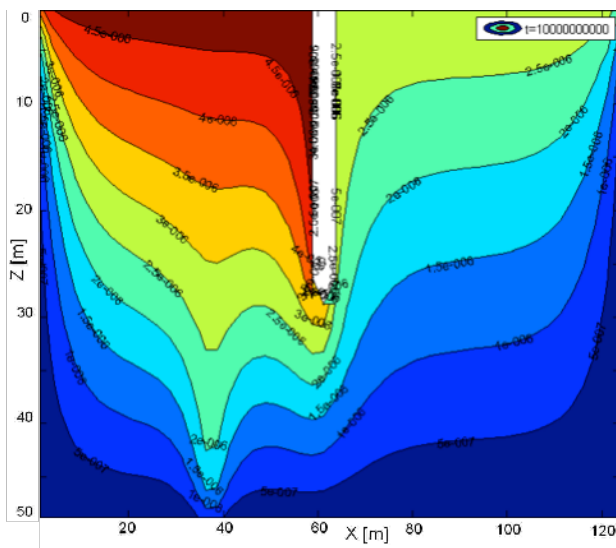
Resultado de análisis para el caso pozo a la derecha (D)				
	Profundidad 50 m		Valor máximo	
Tiempo/mediciones	T [ad]	Ψ [m ² /s]	Profundidad [m]	Ψ [m ² /s]
1.0×10^{10} s	0.76	7.26×10^{-7}	0	4.80×10^{-6}
3.0×10^{10} s	0.78	9.60×10^{-7}	0	4.84×10^{-6}
9.0×10^{10} s	0.75	1.15×10^{-6}	27.5	6.33×10^{-6}
1.2×10^{11} s	0.75	1.18×10^{-6}	27.5	6.89×10^{-6}
3.2×10^{11} s	0.76	1.21×10^{-6}	25	7.18×10^{-6}
5.0×10^{11} s	0.74	1.22×10^{-6}	25	7.35×10^{-6}

Tabla 6.3.4 Resultando de análisis para el caso (D) con pozo a la derecha.

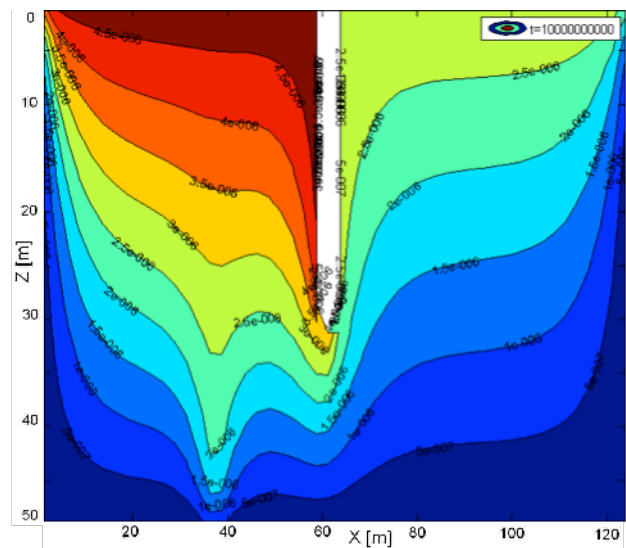
6.3.2 Configuración de análisis II: pozo con distintas profundidades

En la figura 6.3.19 se presentan las gráficas con las curvas $\Psi=cte$ para un intervalo de tiempo 1×10^{10} s en el dominio de estudio para la configuración II, relativa a los casos de estudio E, F, G, y H (ver figura 6.1.1).

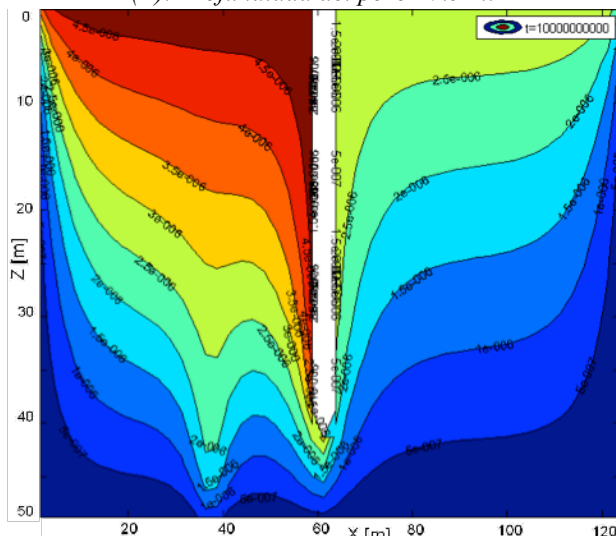
En todos los casos analizados se encuentran dos distorsiones de la forma de las curvas, una sobre la vertical del foco térmico en la posición $x = 37.5$ m y otra en la posición donde se encuentra el pozo en cada caso. La evolución de las curvas sigue el mismo comportamiento ya explicado en el caso C para la configuración I. Se puede apreciar que cuando más profundo es el pozo, las isolíneas de corriente son menos horizontales. En la parte derecha del reservorio geotérmico la forma y distribución de las isolíneas de corriente son similares para todos los casos.



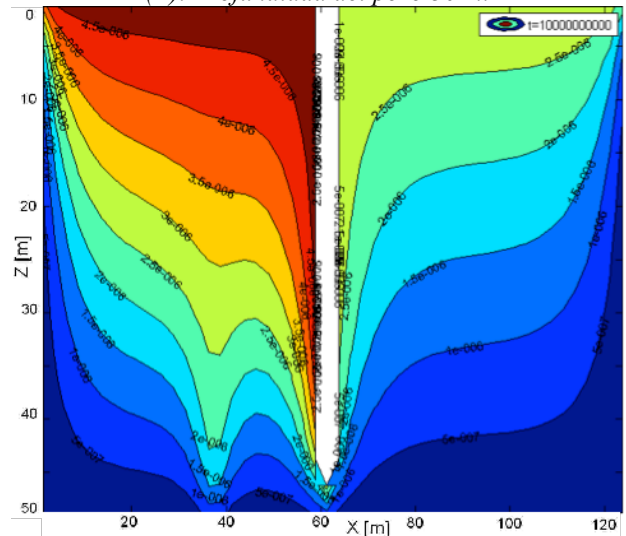
(E). Profundidad del pozo 27.5 m.



(F). Profundidad del pozo 30 m.



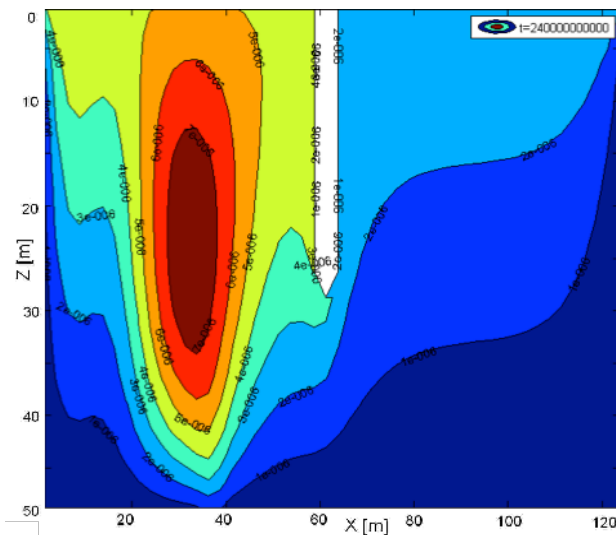
(G). Profundidad del pozo 40 m.



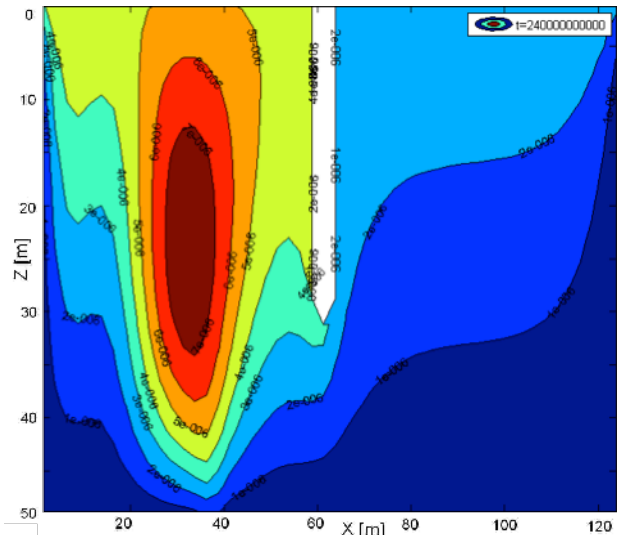
(H). Profundidad del pozo 45 m.

Figura 6.3.19. Isolíneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 1.0×10^{10} s en el dominio de estudio.

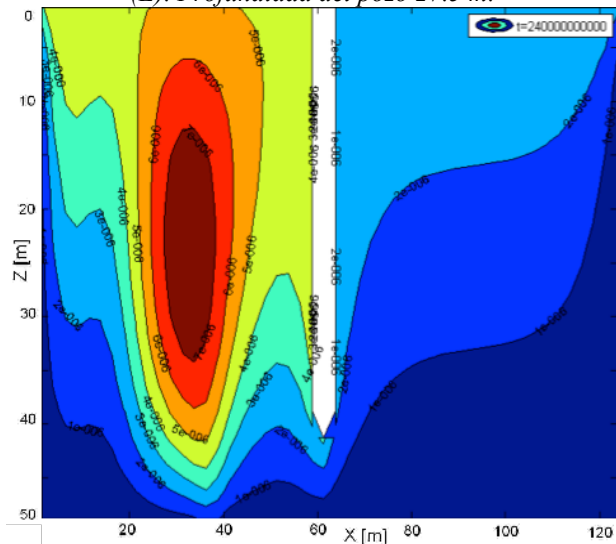
En la figura 6.3.20 se presenta las gráficas con las curvas para el intervalo de tiempo 2.4×10^{11} s. Para este tiempo de análisis, se ve que la forma ovoidal de las curvas aparece en todos los casos (ver el caso C de la configuración I. La diferencia entre los distintos casos está en la zona alrededor de la parte inferior del pozo.



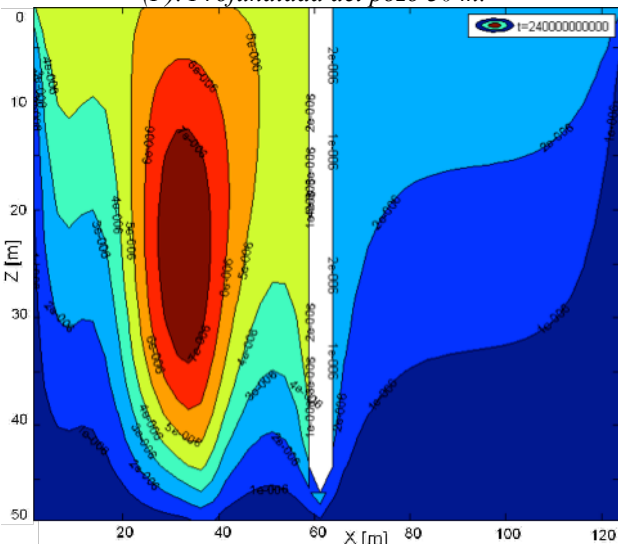
(E). Profundidad del pozo 27.5 m.



(F). Profundidad del pozo 30 m.



(G). Profundidad del pozo 40 m.



(H). Profundidad del pozo 45 m.

Figura 6.3.20. Isolíneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 2.4×10^{11} s en el dominio de estudio.

En la figura 6.3.21 se muestra el resultado para un intervalo de tiempo de 5.0×10^{11} s. Todos los casos siguen el mismo comportamiento antes descrito.

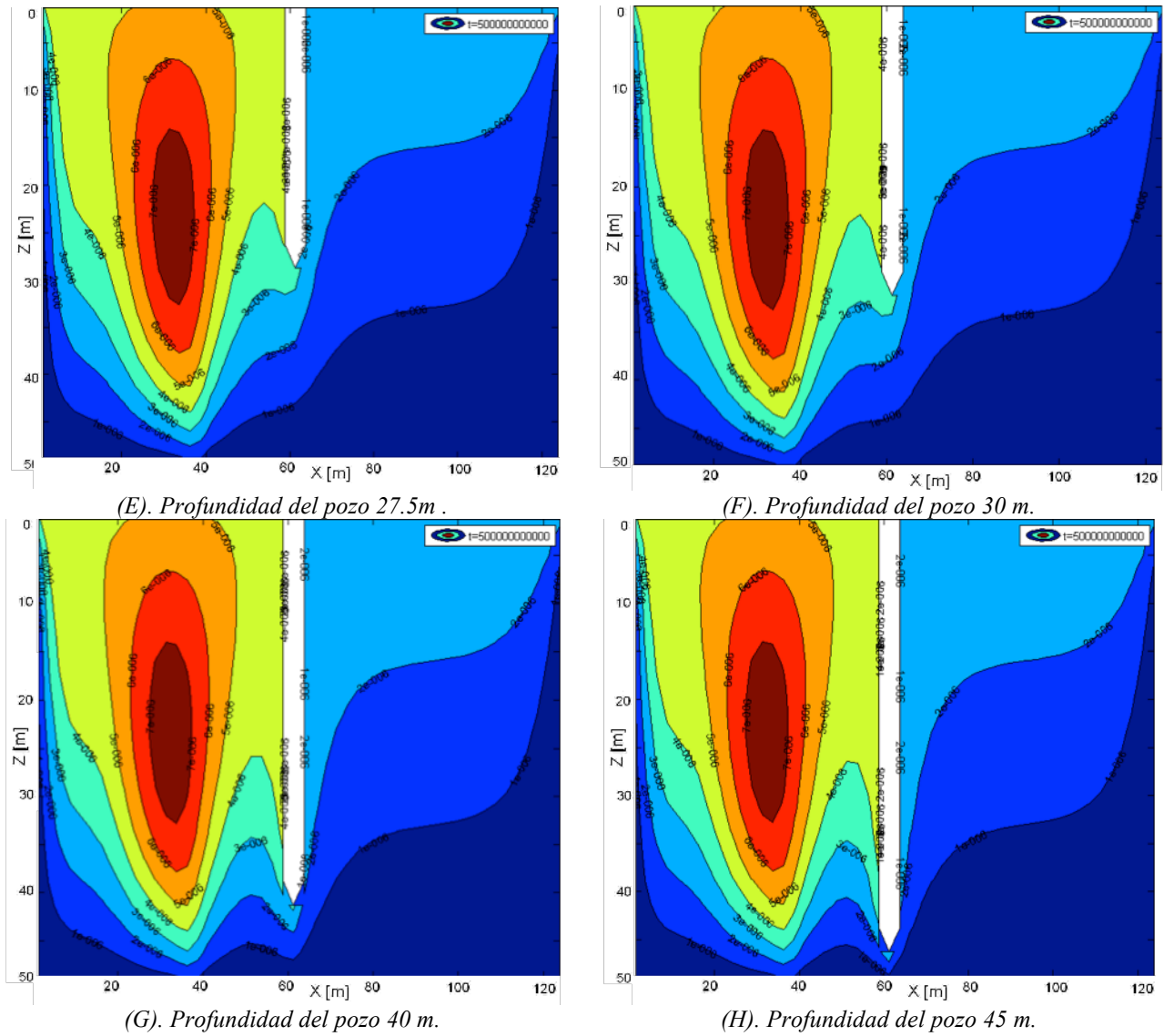
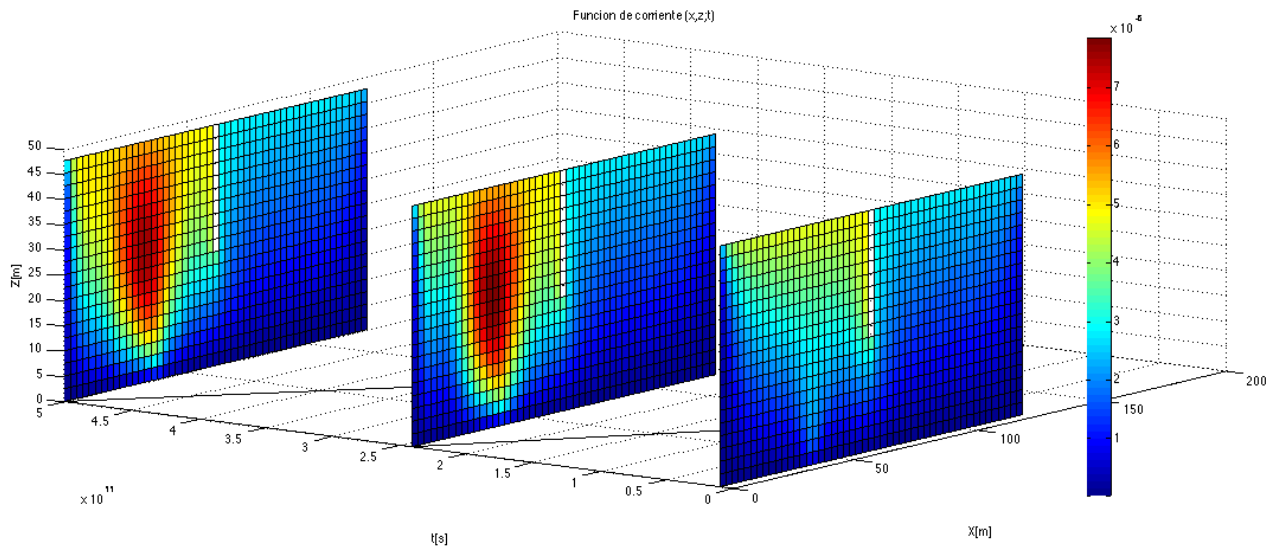


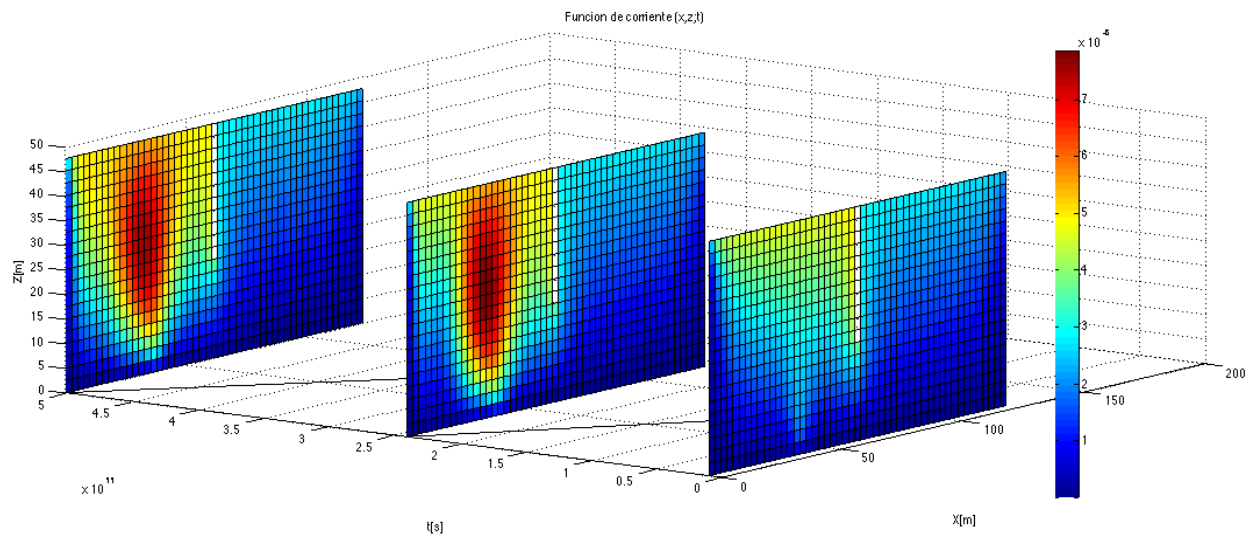
Fig. 6.3.21. Isolneas de la función de corriente para un intervalo de tiempo 5.0×10^{11} s en el dominio de estudio.

Podemos concluir que la profundidad del pozo, cuando se encuentra en el centro del dominio, apenas afecta sobre la respuesta del dominio geotérmico y lo hace en la zona alrededor de la parte inferior del pozo.

Como para los apartados anteriores, incluimos las *figuras 6.3.C.1-2*, que representan en 3D los resultados $\Psi(x,z;t)$, para los intervalos de tiempo de análisis 1.0×10^{10} s, 2.4×10^{11} s, y 5.0×10^{11} s.

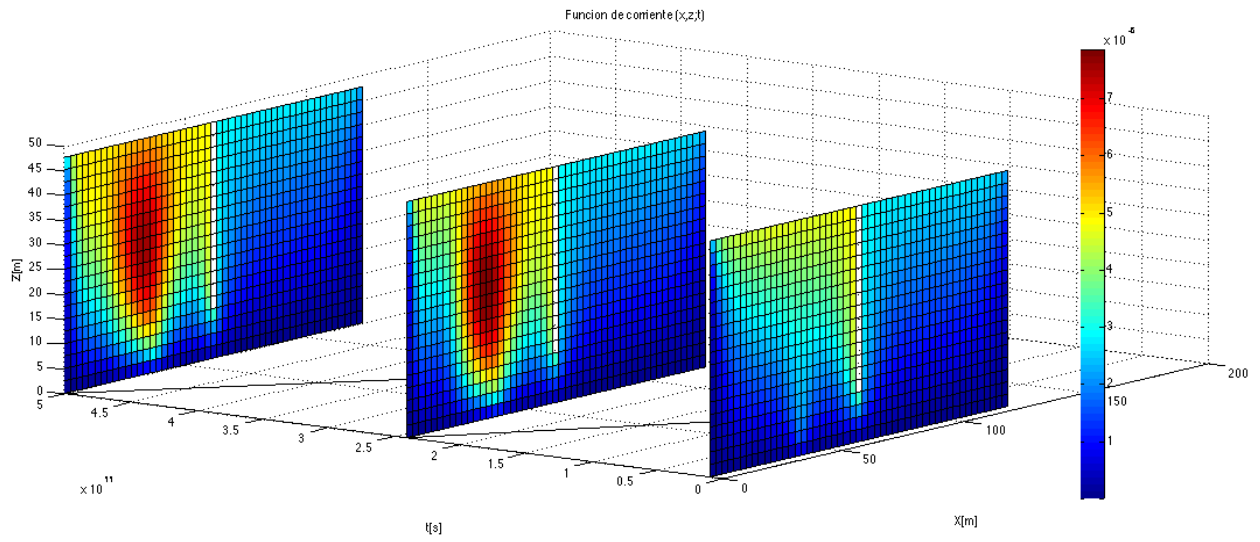


(E). Profundidad del pozo 27.5m

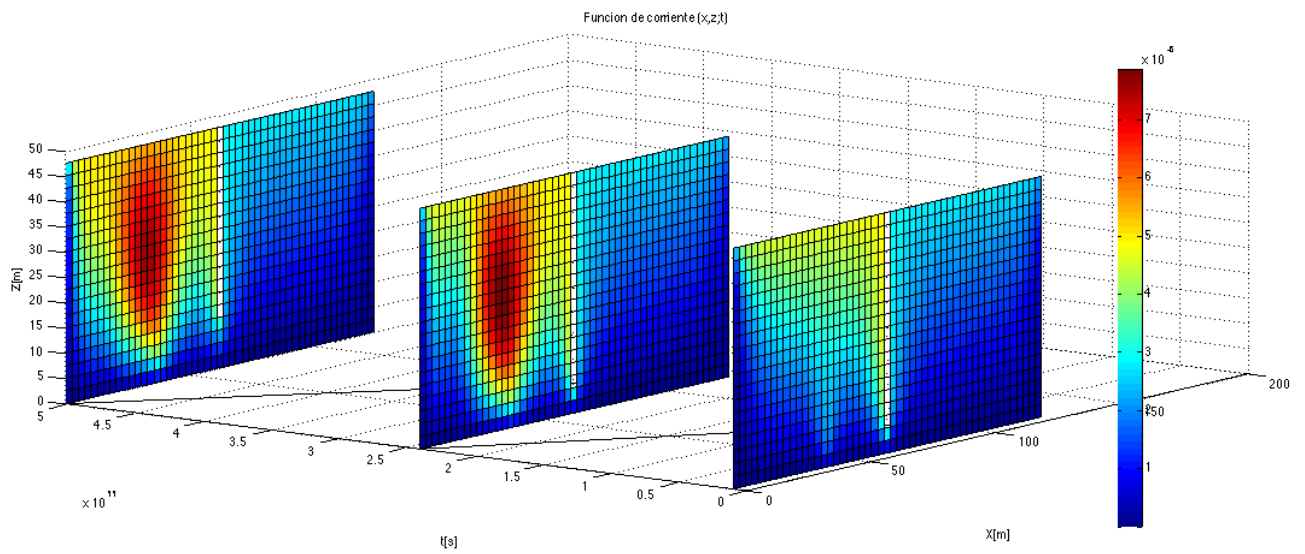


(F). Profundidad del pozo 30 m.

Fig. 6.3.C.1. $\Psi(x,z;t)$ para los intervalos de tiempo de análisis 1.0×10^{10} s, 2.4×10^{11} s y 5.0×10^{11} s



(G). Profundidad del pozo 40 m.



(H). Profundidad del pozo 45 m.

Fig. 6.3.C.2 $\Psi(x,z;t)$ para los intervalos de tiempo de análisis 1.0×10^{10} s, 2.4×10^{11} s y 5.0×10^{11}

Con la intención de conocer con más detalle la variación de la función de corriente en el tiempo, se ha realizado un experimento para 5 celdas de referencia situadas a la izquierda del pozo de extracción (véase figura 6.3.22) en intervalos de tiempo de 5.0×10^9 s.

En la figura 6.3.23 se muestran los resultados obtenidos para el caso de estudio E (véase esquema en tabla 6.1.1). En la Figura 6.4.23 la función de corriente es mayor en la celda 1920 y disminuye conforme se profundiza.

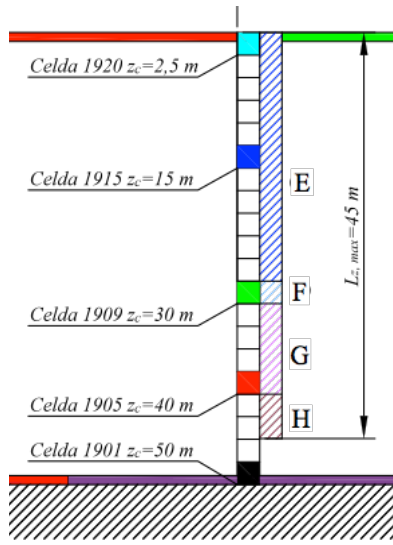


Fig. 6.3.22 Celdas de estudio. Profundidad del pozo $z_p=27.5$ m (caso E).

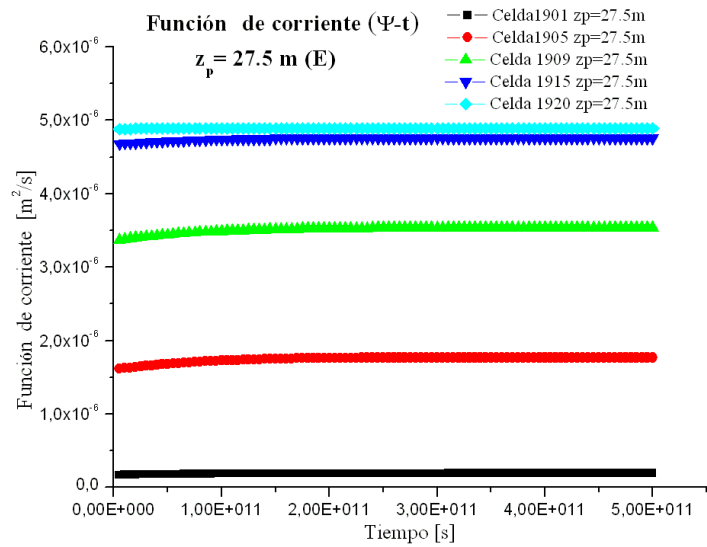


Fig. 6.3.23. Curvas $\Psi(x=57.5 \text{ m}, z_i, t)$ para las celdas 1901, 1905, 1909, 1915, 1920. Profundidad del pozo $z_p=27.5$ m (caso E).

La tendencia de la función de corriente en el tiempo puede ser dividida en dos partes. La primera, tiene variación más elevada para los intervalos de tiempo entre 0 s y 2.0×10^{11} s, la segunda un *plateau* hasta al final del análisis.

Para determinar el momento en el que la curva alcanza el *plateau* y saber con qué brusquedad lo hace se puede utilizar una función matemática de ajuste a los datos experimentales. Como ejemplo, se ha utilizado una función exponencial combinada de ecuación

$$y = y_0 + A_1(1 - e^{-x/t_1}) + A_2(1 - e^{-x/t_2})$$

y el resultado del ajuste a los datos experimentales de la celda 1905 (roja) se muestra en la figura 6.3.23-24. Los parámetros t_1 y t_2 indican la rapidez en el cambio de curvatura desde el inicio.

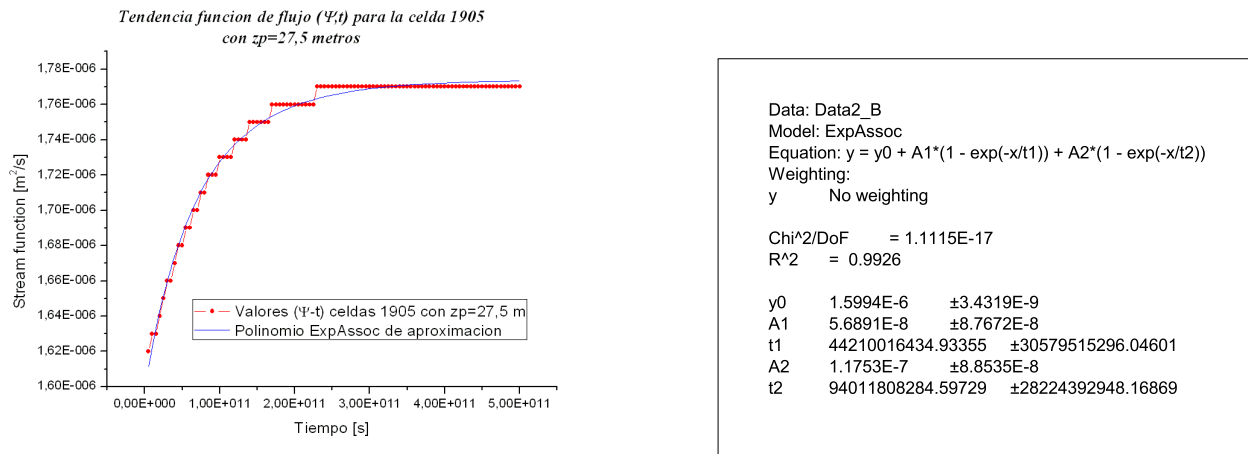


Fig. 6.3.24. Ajuste exponencial de la función de flujo para la celda 1905 y resultado numérico.

En las tablas 6.3.8-9-10-11 se presentan los valores de la función de flujo para tres intervalos de tiempo.

Valores numérico función de flujo para tres intervalos de tiempo $z_p=27.5$ m (E)			
Celdas/Valores (Ψ)	$\Psi(1 \times 10^{10} \text{ s})$ [m^2/s]	$\Psi(2.4 \times 10^{11} \text{ s})$ [m^2/s]	$\Psi_3(5.0 \times 10^{11} \text{ s})$ [m^2/s]
1901	1.93×10^{-7}	1.94×10^{-7}	1.95×10^{-7}
1905	1.62×10^{-6}	1.77×10^{-6}	1.77×10^{-6}
1909	3.37×10^{-6}	3.54×10^{-6}	3.54×10^{-6}
1915	4.68×10^{-6}	4.76×10^{-6}	4.76×10^{-6}
1920	4.88×10^{-6}	4.89×10^{-6}	4.89×10^{-6}

Tabla 6.3.8. Valores de la función de flujo y con variación para tres diferentes intervalos de tiempo de análisis con $z_p=27.5$ m.

Valores numérico función de flujo para tres intervalos de tiempo $z_p=30$ m (F)			
Celdas/Valores (Ψ)	$\Psi(1 \times 10^{10} \text{ s})$ [m^2/s]	$\Psi(2.4 \times 10^{11} \text{ s})$ [m^2/s]	$\Psi_3(5.0 \times 10^{11} \text{ s})$ [m^2/s]
1901	1.94×10^{-7}	2.07×10^{-7}	2.13×10^{-7}
1905	1.82×10^{-6}	1.92×10^{-6}	1.95×10^{-6}
1909	3.84×10^{-6}	3.93×10^{-6}	3.97×10^{-6}
1915	4.70×10^{-6}	4.76×10^{-6}	4.78×10^{-6}
1920	4.89×10^{-6}	4.89×10^{-6}	4.89×10^{-6}

Tabla 6.3.9. Valores de la función de flujo y con variación para tres diferentes intervalos de tiempo de análisis con $z_p=30$ m.

Valores numérico función de flujo para tres intervalos de tiempo $z_p=40$ m (G)			
Celdas/Valores (Ψ)	$\Psi(1 \times 10^{10} \text{ s})$ [m^2/s]	$\Psi(2.4 \times 10^{11} \text{ s})$ [m^2/s]	$\Psi_3(5.0 \times 10^{11} \text{ s})$ [m^2/s]
1901	3.62×10^{-7}	3.72×10^{-7}	3.76×10^{-7}
1905	3.39×10^{-6}	3.45×10^{-6}	3.47×10^{-6}
1909	4.42×10^{-6}	4.50×10^{-6}	4.52×10^{-6}
1915	4.75×10^{-6}	4.81×10^{-6}	4.83×10^{-6}
1920	4.89×10^{-6}	4.89×10^{-6}	4.90×10^{-6}

Tabla 6.3.10. Valores de la función de flujo y su variación para tres diferentes intervalos de tiempo de análisis con $z_p=40$ m.

Valores numérico función de flujo para tres intervalos de tiempo $z_p=45\text{m}$ (H)			
Celdas/Valores (Ψ)	$\Psi(1 \times 10^{10}\text{s})$ [m^2/s]	$\Psi(2.4 \times 10^{11}\text{s})$ [m^2/s]	$\Psi_3(5.0 \times 10^{11}\text{s})$ [m^2/s]
1901	5.87×10^{-7}	5.95×10^{-7}	5.98×10^{-7}
1905	3.88×10^{-6}	3.93×10^{-6}	3.95×10^{-6}
1909	4.49×10^{-6}	4.56×10^{-6}	4.59×10^{-6}
1915	4.76×10^{-6}	4.82×10^{-6}	4.84×10^{-6}
1920	4.89×10^{-6}	4.89×10^{-6}	4.90×10^{-6}

Tabla 6.3.11. Valores de la funcione de flujo y suya variación para tres diferentes intervalos de tiempo de análisis con $z_p=45\text{m}$

6.3.3 Configuración de análisis III: Cálculo del vector velocidad y sus componentes en un caso particular

En la figura 6.3.25 se presentan los resultados obtenidos para la configuración III (véase esquema de figura 6.1.1) de la función de flujo para el intervalo de tiempo $3.2 \times 10^{11}\text{s}$ en todo el dominio geotérmico.

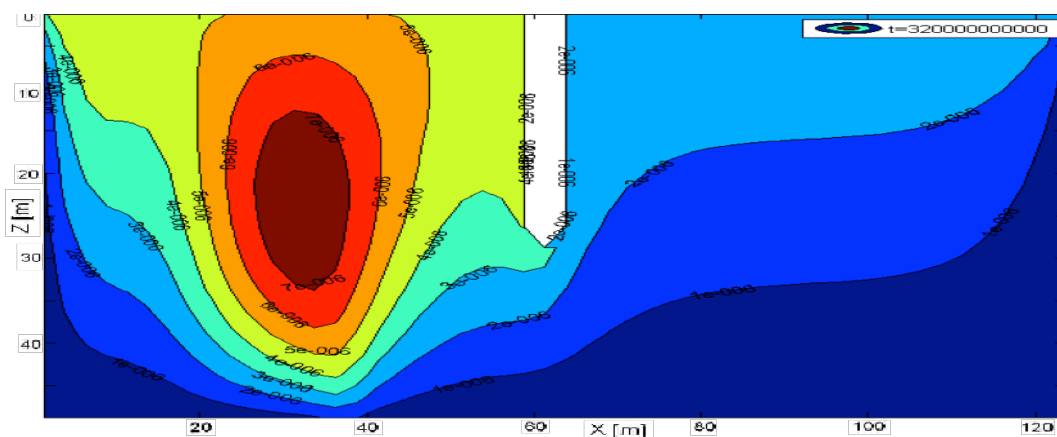


Fig. 6.3.25 Función de flujo en el dominio de análisis para el intervalo de tiempo $32 \times 10^{10}\text{s}$.

Desarrollando la matriz [C] del apartado 6.2, hemos calculado el vector velocidad para el intervalo de tiempo $3.2 \times 10^{11}\text{s}$. En la figura 6.3.26, se muestra la componente horizontal de la velocidad, mientras que en la figura 6.3.27 se muestra la componente vertical.

En la dirección horizontal los valores mayores están próximos a $z = 0\text{ m}$ (en la superficie) y $x = 40\text{ m}$ (en la vertical del foco térmico). Por su parte, en la dirección vertical los mayores valores se encuentran próximos a $(x=5, z=15)\text{ m}$ y $(x=30, z=30)\text{ m}$. Estos resultados no son intuitivos a partir de los correspondientes a la figura 6.4.25. Los mayores valores, en ambos casos, se encuentran sobre la zona vertical del foco térmico. Los elevados valores justo a la derecha del pozo para las componentes verticales no son considerables porque se deben a la imposición inicial de valores para completar el cálculo.

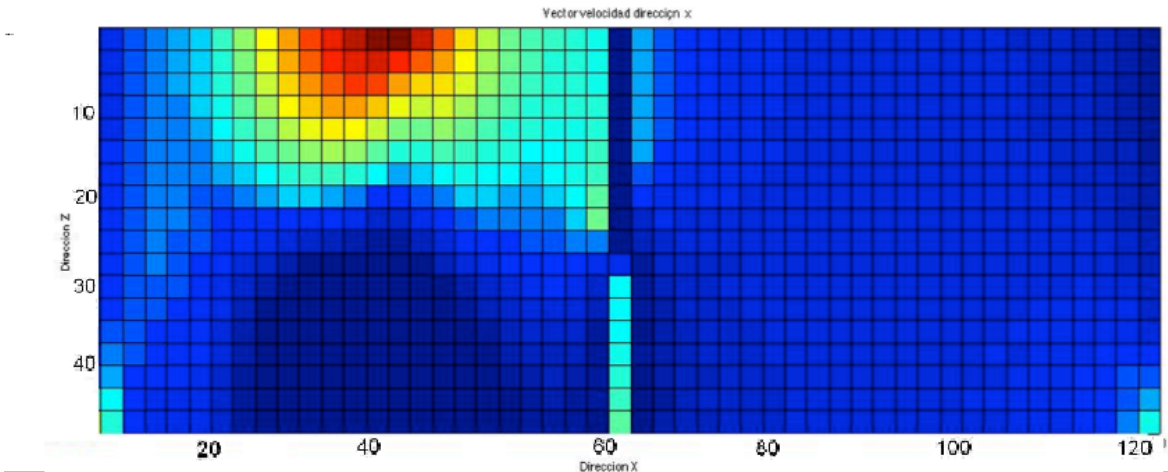


fig. 6.3.26. Componente horizontal de la velocidad (dirección X) para el intervalo de tiempo 32×10^{10} s.

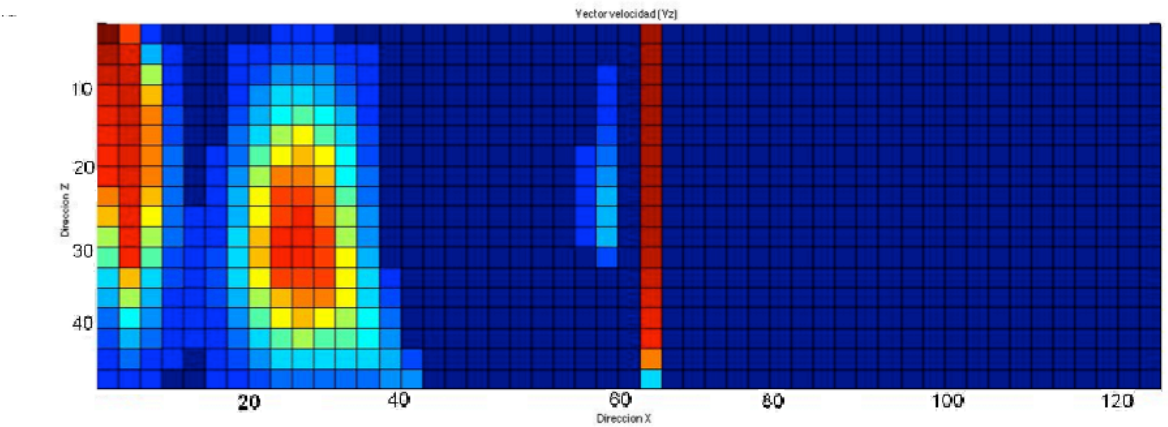


fig. 6.3.27. Componente vertical de la velocidad (dirección Z) para el intervalo de tiempo 3.2×10^{11} s.

En la *tabla 6.3.12* se incluyen el valor máximo de la componente horizontal de la velocidad y su posición y en la *tabla 6.3.13* lo correspondiente para la vertical.

Dirección X	
Módulo (m/s)	(columna, fila)
4.84×10^{-7}	(15,1)

Tabla 6.3.12. Máximo y posición de la componente horizontal de la velocidad.

Dirección Z	
Módulo (m/s)	(columna, fila)
6.84×10^{-7}	(2,15)
3.68×10^{-7}	(9,9)

Tabla 6.3.13. Máximo y posición de la componente vertical

Para terminar, en las *figuras 6.3.28* y *6.3.29* se muestra el módulo, la dirección y el sentido de la velocidad en todo el dominio de análisis para el intervalo de tiempo 3.2×10^{11} s. Se aprecia claramente cómo el fluido aumenta en velocidad justo debajo de la entrada a la boca del pozo y cómo se forman corrientes

circulares que llevan el fluido a dicha zona del dominio. Las dos líneas blancas en *figura 6.3.28* son debidas a problemas en la representación grafica.

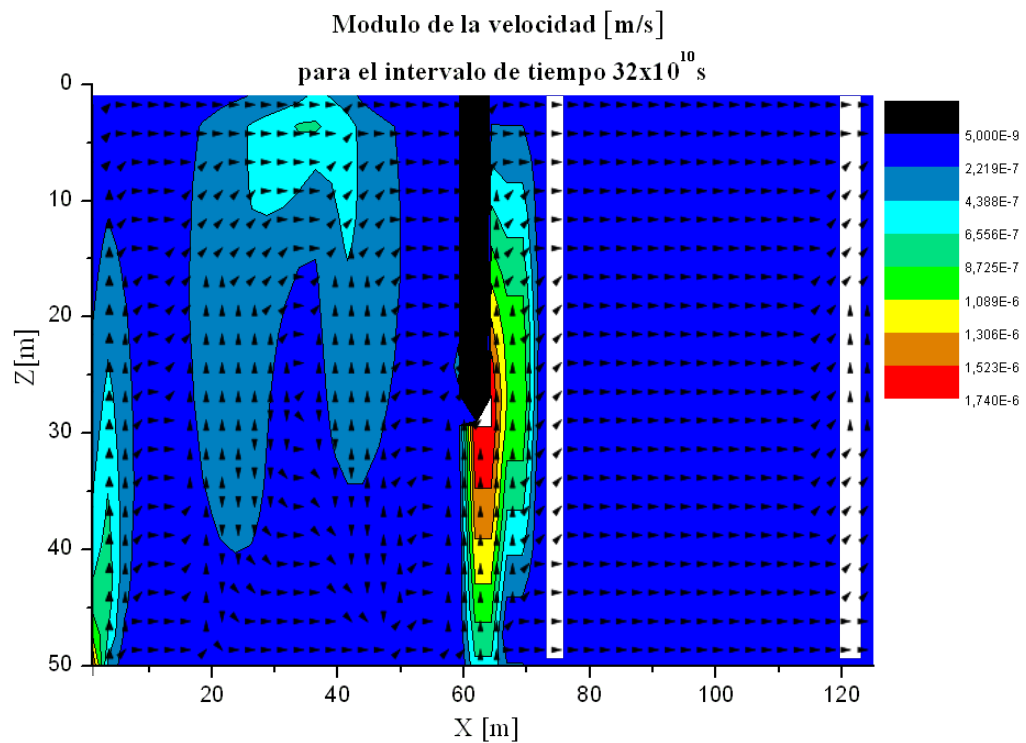


Fig. 6.3.28. Módulo, dirección y sentido de la velocidad para el intervalo de tiempo de análisis 3.2×10^{11} s.

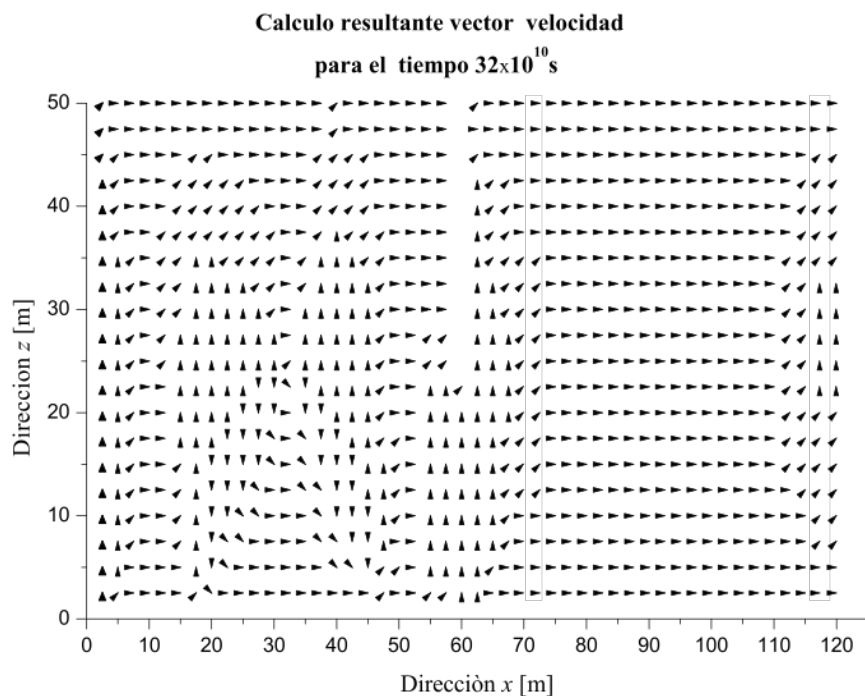


Fig. 6.3.29. Dirección y sentido de la velocidad para el intervalo de tiempo de análisis 3.2×10^{11} s

CAPÍTULO 7.
CONCLUSIONES

CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES

En este trabajo de Fin de Máster de título “*Estudio numérico del campo de temperaturas y flujo en pozos en las cercanías de focos térmicos*” se ha desarrollado el estudio de la respuesta de modelos geotérmicos y las variaciones de temperatura y de flujo con el tiempo y la profundidad en el dominio de estudio, esto es, la respuesta de la reserva geotermal para las condiciones iniciales planteadas y diferentes intervalos de tiempo. También se ha calculado el vector velocidad del fluido en todo el dominio para una configuración del sistema y un intervalo de tiempo. Se ha realizado el estudio para 9 casos diferentes.

Para la configuración I en términos de temperatura se ha encontrado que la posición del pozo solo influye muy ligeramente sobre la distribución de temperaturas en el dominio (ver las isolíneas) en el caso en el que el pozo se encuentre en la vertical del foco geotérmico (foco caliente desde $x=0$, hasta $x=27.5$ m). Además, la presencia del pozo, en todos los casos, modifica la forma horizontal de las isolíneas de temperatura desde la posición $x=0$. Para la función de corriente se ve que se encuentra dos alteraciones de la forma de las isolíneas, una sobre la vertical del foco térmico en la posición $x=37.5$ m y otra en la posición donde se encuentra el pozo en cada caso. Se puede apreciar que cuanto más a la derecha del foco térmico se encuentra el pozo, las isolíneas de corriente de mayor valor, que son las situadas a su izquierda, son menos verticales y cuando el sistema se estabiliza encontramos formación de isolíneas ovoidales en la posición $x=37.5$ m.

Para la configuración II, podemos concluir que la profundidad del pozo, cuando se encuentra en el centro del dominio, apenas afecta sobre la respuesta del dominio geotérmico y lo hace en la zona alrededor de la parte inferior del pozo. Un estudio más en detalle de la función de corriente en el tiempo sobre la celda 1905 permite emplear una función matemática de ajuste a los datos experimentales para confirmar la existencia de una variación rápida hasta alcanzar un *plató* en el valor de la función de corriente.

Para la configuración III se ha demostrado que el fluido aumenta en velocidad justo debajo de la entrada a la boca del pozo y cómo se forman corrientes circulares que llevan el fluido a dicha zona del dominio.

Por tanto, la presencia del pozo y su posición influyen sobre la respuesta del sistema.

CAPÍTULO 8.
BIBLIOGRAFÍA

CAPÍTULO 8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Stuart J. Self, Bale V. Reddy, Marc A. Rosen, (2013), Geothermal heat pump systems: Status review and comparison with other heating options, *Applied Energy* 101 341–348, ELSEVIER.
- [2] Tauqeer Abbas, Aqeel Ahmed Bazmi, Abdul Waheed Bhutto, Gholamreza Zahedi, (2014), Greener energy: Issues and challenges for Pakistan-geothermal energy prospective, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 31 258–269, ELSEVIER.
- [3] Alhama, I., Soto Meca, A. y Alhama, F. (2010a). Programa FAHET (Flow and Heat Transport Simulator). UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena.
- [4] Gómez-Lopera S.A., Mariñoso-Pascual J.M, Fernández-Bernal J.A., (2013-2014) “NANOTIO2”. Copyright 2013-2014.
- [5] Salvador A. Gómez-Lopera, Juan M. Mariñoso-Pascual, José A. Fernández-Bernal,(2012-2014), – UPCT. Gómez-Lopera S.A., “DOPCALC”. Copyright 2012-2014, Salvador A.Gómez-Lopera-UPCT.
- [6] Gómez-Lopera S. A., Alhama F., del Cerro Velázquez F., Prodasim 1, (2005-2014) Copyright 2005-2014, UPCT.
- [7] González-Fernández, C.F. (2002). Applications of the network simulation method to transport processes, in *Network Simulation Method*. Ed. J. Horno, Research Signpost, Trivandrum, India.
- [8] F. Del Cerro Velázquez, S. A. Gómez-Lopera, F. Alhama (2008). A powerful and versatile educational software to simulate transient heat transfer processes in simple fins. *Computer Applications in Engineering Education*, 16 (1), 72-82.
- [9] Darcy, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Libraire des Corps impériaux des ponts et chaussées et des mines. Paris.
- [10] Awkward, K, W. y Lewis, R. D. (1991). Models for determining thermal profiles of bond wires using pspace analysis. *Procc. 7º Annual IEEE Semiconductor Thermal> Measurement and Management Symposium*, AZ, USA.
- [11] Bejan, A. (1987). Convective heat transfer in a porous media. In: Kakac, S., Shah, R. K., y Aung, W. Eds. *Handbook of single-phase convective heat transfer*. Wiley, New York .
- [12] Bénard, H. (1900). Les tourbillons cellulaires dans nappe liquide transportant de la chaleur par convections en regime permanent. *Rev. Gen. Sci. Pures Appl Bull Assoc* 11, 1261-1271, 1309-1328
- [13] Chapman, A. J. (1984). *Heat Transfer*. 4ª ed. Macmillan Publishing Company. New York.
- [14] Elder, J. W. (1967). Transient convection in a porous medium, *J. Fluid Mech.*, 27 (39) 69-96.
- [15] Harrington, D. A. y van der Driessche, P., (2004). Equivalent circuits for some surface electrochemical mechanism. *J. of Electroanalytical Chemistry*, 5667, 153-166.
- [16] Holzbecher, E. y Yusa, Y. (1995). Numerical experiments on free and forced convection in porous media. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 38, 2109-2115.
- [17] Holzbecher, E. (1998). *Modelling Density-driven Flow in Porous Media*. Springer, Berlín.
- [18] Lapwood, E. (1948). Convection of a fluid in a porous medium. *Proc. Camb. Phil. Soc.* 44, 508-521.
- [19] Narayan, K. A. y Armstrong, D. (1995). Simulation of groundwater interception at Lake Ranfurly. Victoria, incorporating variable density flow and solute transport. *J. Hydrol.* 165, 161-184.
- [20] Nield, D. A. y Bejan, A. (1992). *Convection in Porous Media*. Springer-Verlag, Berlin.
- [21] Patankar, S. V. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere, New York.
- [22] Peusner, L. (1987). *The principles of network thermodynamics: Theory and biophysical applications*. Entropy, Lincoln, Massachusetts.
- [23] PSPICE 6.0 (1994), Microsim Corporation Fairbanks, Irvine, California 92718.
- [24] Senger, R.K. y Fogg, G. E. (1990). Stream functions and equivalent freshwater heads for modelling regional flow of variable-density groundwater, I , Review of theory and verification, *Water Res.* 26 (9), 2089-2096.
- [25] Yusa, Y. y Oishi, I. (1989). Theoretical study of two-phase flow through porous medium (II), *J. of the Geothermal Research Society of Japan.* 11 (3) 217-237
- [26] Tauqeer Abbas, Aqeel AhmedBazmi a, AbdulWaheedBhutto c.

- [25] Gholamreza Zahedi, Greener energy: Issues and challenges for Pakistan-geothermal energy prospective.
- [26] S. A. Gómez-Lopera, V. Martinez. Martinez,(2014) Estudio numérico del problema geotérmico de Elder mediante FAHET, influencia del Reyleight, UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena, Trabajo de Fin de Master.
- [27] T.T. Chow, H. Long,H.Y. Mok,K.W.Li., Estimation of soil temperature profile in Hong Kong from climatic variables,.
- [28] Stuart J. Self, Bale V. Reddy, Marc A. Rosen, (2000) Publ., Geothermal heat pump systems: Status review and comparison with other heating options, Faculty of Engineering and Applied Science, University of Ontario Institute of Technology, Simcoe Street North, Oshawa, Ontario, Canada.
- [29] Satoru Higuchi, Jun Nishijima and Yasuhiro Fujimitsu, Integration of Geothermal Exploration Data Numerical Simulation Data Using Gis in a Hot Spring Area, Department of Earth Resources Engineering, Graduate School of Engineering, Kyushu University, Fukuoka.
- [30] Jiliang Chen, Fangming Jiang, Designing multi-well layout for enhanced geothermal system to better exploit hot dry rock geothermal energy, Laboratory of Advanced Energy Systems, CAS Key Laboratory of Renewable Energy, Guangzhou Institute of Energy Conversion, Chinese Academy of Sciences.
- [31] Benamar Bouhacina, Rachid Saim, Hakan F. Oztog, Numerical investigation of a novel tube design for the geothermal borehole heat exchanger, , Energetic and Applied Thermal Laboratory (ETAP), Faculty of Technology, Abou Bakr Belkaid University, BP 230, 13000 Tlemcen, Algeria, Department of Mechanical Engineering, Technology Faculty, Firat University, 23119 Elazig, Turkey.
- [32] Knabner P, Frolkovic P., (1996), Consistent velocity approximation for finite volume or element discretizations of density driven flow in porous media. In Aldama AA et al., editors. Computational methods in water resources XI, vol.1: Computational method sin sub-surface flow and transport problems. Southampton: Computational Mechanics Publications; 1996. p. 93–100. De (referencia 8).
- [33] E. Holzbecherj and Y. Yusa, (1983), Numerical experiments on free and forced convection in porous media, Kyoto University, Beppu Geophysical Research Laboratory, Oita874, Japan;
- [34] Y. Yusa, Numerical experiment of groundwater motion under geothermal conditions, J. Geotherm. Res. Sot. Jap. 5,23-38.
- [35] H.-J.G. Diersch, O. Kolditz Wasy, (Received 8 October 2001), Variable-density flow and transport in porous media approaches and challenges Institute for Water Resources Planning and Systems Research, Watersdorfer Str. 105, Berlin, Germany Center of Applied Geosciences, University of Tuebingen, Germany.
- [36] Ekkehard O. Holzbecher, (1998), Modeling Density-driven Flow in Porous Media, Springer Science & Business Media, pag 16- cap 2.1.3.
(http://books.google.es/books?hl=it&lr=&id=TBCC7aWshR0C&oi=fnd&pg=PR5&dq=Modeling+Density-driven+Flow+in+Porous+Media&ots=DmPrpXVxft&sig=knDFZTZv-spccwpe7uhtsSi2m78&redir_esc=y#v=onepage&q=Modeling%20Density-driven%20Flow%20in%20Porous%20Media&f=false).
- [37] T. Graf, Simulation of Geothermal Flow in Deep sedimentary basins in Alberta, Energy resource conservación bord, Alberta geological Survey, Canada.
- [38] Flores Fernández Giovanni Carlo, Sánchez Quispe, Sonia Tatiana, Correa González Alejandra y Ávila Olivera Jorge Alejandro, (Octubre 2014), AMH, XXIII Congreso Nacional de hidráulica, Puerto Vallarta, Jalisco, México, Modelos matemáticos de agua subterránea y su importancia en México.
- [39] M. Nabi, R. Al-Khoury, An efficient finite volume model for shallow geothermal systems. Part I: Model formulation, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, The Netherlands.
- [40] Adrian E. Croucher, Michael J. O’Sullivan, Application of the computer code TOUGH2 to the simulation of supercritical conditions in geothermal systems, Department of Engineering Science, University of Auckland, Private Bag 92019, Auckland, New Zealand.
- [41] F. Alhama, Manual FAHET, UPCT, Universidad Politécnica de Cartagena, España.
- [42] Frank Kreit, (1973) Principi di trasmissione del calore, Liguori editore, de Principles of Heat Transfert (Third Edicion), Intext Educational Publisher, New York.

- [43] Marwan Fahs, Anis Younes, Thierry Alex Mar, A new benchmark semi-analytical solution for density-driven flow in porous media, a Laboratoire d'Hydrologie de Géochimie de Strasbourg, University of Strasbourg, CNRS, UMR 7517, 1 rue Blessig, 67000 Strasbourg, France Department de Physique, Piment, University of La Réunion, Moufia, La Réunion, France.
- [44] H-J.G. Diersch, O. Kolditz, Wasy, (2001), Variable-density flow en tranport in pourous media: approches and challenges Institute for Water Resources Planning and Systems Research, Watersdorfer Str. 105, Berlin, Germany, Center of Applied Geosciences, University of Tübingen, Germany,.
- [45] M.Filippucci, A Tallarico, (2012) La modellizzazione fisico matematica per l'ottimizzazione dello sfruttamento delle risorse geotermiche, Università degli Studi di Bari, incontro dibattito, energia sostenibile per tutti.
- [46] Gómez-Lopera S.A., Mariñoso-Pascual J.M, Fernández-Bernal J.A., (2013-2014), "NANOTIO2". "2013-2014, Salvador A. Gómez-Lopera , Juan M. Mariñoso-Pascual, Jos. A. Fernández-Bernal – UPCT
- [47] Alhama, I., Soto Meca, A. y Alhama, F. (2010a). Programa FAHET (Flow and Heat Transport Simulator). " UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena Parameter identification and uncertainty analysis for heat transfer at the KTB drill site using a 2-D inverse method Holger Lehmann, Kelin Wang, Christoph Clauser.
- [48] Christian Vogt, Norbert Klitzsch, Volker Rath On self-potential data for estimating permeability in enhanced geothermal systems,.
- [49] O. Kolditz, C. Clauser, Numerical simulation of flow and heat transfer in fractured.
- [50] H. Lehmann, K. Wang, C. Clauser, Parameter identification and uncertainty analysis for heat transfer at the KTB drill site using a 2-D inverse method.
- [51] W.R. Van Wijk, D.A. De Vries, (1963), Periodic temperature variation in a homogeneous soil, Physics of plant environment, Amsterdam, North Holland.
- [52] Joaquin Cruces de Abia, (2006-2007), Contaminación ambiental, modelo MODFLOW, Master en ingeniería y gestión del agua.
- [53] J.L. Cenis, (1989) Temperature evaluación in solarized soil by Fourier analisis. Phytopatology 79:509-510.
- [54] Assesment of geothermal Resource of United Stated (1975), Geological Survey Circular 726, pag. 84.

